

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Maths Complémentaires Terminale

Fonctions, Synthèse



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

## CORRECTION

Pour tout réel  $k > 0$ , les points  $A_k$  sont-ils alignés ?

Ici: •  $f_k(x) = x + k e^{-x}$ , avec  $k > 0$

•  $Df = \mathbb{R}$ .

Pour répondre à cette question, nous allons montrer que tous les points  $A_k$  sont situés sur une même droite dont on déterminera l'équation.

• Posons:  $f_k = g_1 + g_2$ , avec:  $g_1(x) = x$  et  $g_2(x) = k e^{-x}$ .

$g_1$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  comme fonction polynôme.

$g_2$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  comme fonction " exponentielle ".

Dans ces conditions,  $g_1 + g_2$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  comme somme de 2 fonctions dérivables sur  $\mathbb{R}$ .

Par conséquent,  $f_k = g_1 + g_2$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

Ainsi, nous pouvons calculer  $f_k'$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , avec  $k > 0$ .

Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ :  $f_k'(x) = 1 - k e^{-x}$ , avec  $k > 0$ .

• La fonction  $f_k$  admet un minimum sur  $\mathbb{R}$  quand:  $f_k'(x) = 0$ .

$$f_k'(x) = 0 \iff \frac{k}{e^x} = 1 \iff e^x = k \implies x^* = \ln(k) \text{ car: } k > 0.$$

Ainsi:  $y^* = f(x^*) \implies y^* = x^* + 1$ .

- Ainsi, tous les points  $A_k (x^*; y^*)$  sont situés sur une même droite d'équation: <sup>2</sup>

$$y = x + 1.$$

**Au total:** oui, pour tout réel  $k > 0$ , les points  $A_k$  sont alignés et sont tous situés sur la même droite d'équation:  $y = x + 1$ .