1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Fonctions cosinus et sinus

Correction

SENS DE VARIATIONS DE 2 FONCTIONS

CORRECTION

1. En ce qui concerne $f(x) = \cos(2x) - x$ sur $\left[0 ; \frac{\pi}{2}\right]$:

a. Calculons sa dérivée:

f est dérivable sur $\left[0 ; \frac{\pi}{2}\right]$.

Dans ces conditions, pour tout $x \in \left[0 ; \frac{\pi}{2}\right]$: $f'(x) = -2\sin(2x) - 1$.

b. Dressons le tableau de variations de f:

Nous avons le tableau de variations de f suivant:

x	0	$\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	a ↘	b

, avec: • $a = f(0) = 1$

• $b = f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1 - \frac{\pi}{2}$.

c. Déduisons-en son sens de variations:

Sur $\left[0\,;\frac{\pi}{2}\right]$: $f\,'(x) < 0$.

Ainsi: f est strictement décroissante sur $\left[0\,;\frac{\pi}{2}\right]$.

2. En ce qui concerne $g(x) = -\cos(2x) + \cos(x)$ sur $[\,0\,;\pi\,]$:

a. Calculons sa dérivée:

g est dérivable sur $[\,0\,;\pi\,]$.

Dans ces conditions, pour tout $x \in [\,0\,;\pi\,]$:

$$g'(x) = 2\sin(2x) - \sin(x)$$

$$= 2\sin(x)\cos(x) - \sin(x)$$

$$= 2\sin(x)\,[\,\cos(x) - 1\,].$$

b. Dressons le tableau de variations de g:

Nous avons le tableau de variations de g suivant:

x	0		$\frac{\pi}{3}$		π
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	a	$\nearrow$	b	$\searrow$	c

, avec:
- $a = g(0) = 0$
- $b = g\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{4}$
- $c = g(\pi) = -2$.

c. Déduisons-en son sens de variations:

Sur $[0; \pi]$, nous avons: • $g'(x) \geqslant 0$ sur $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$.

• $g'(x) \leqslant 0$ sur $\left[\frac{\pi}{3}; \pi\right]$.

Ainsi: • f est croissante sur $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$.

• f est décroissante sur $\left[\frac{\pi}{3}; \pi\right]$.