

1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Fonctions cosinus et sinus

Correction

 www.freemaths.fr

CALCUL DE LA PÉRIODE D'UNE FONCTION

2

CORRECTION

Déterminons une période de chacune des fonctions définies sur \mathbb{R} :

D'après le cours, soient f une fonction définie sur I et $T > 0$ un nombre réel tel que si $x \in I$, alors $x + T \in I$.

f est dite **périodique de période T** si: $f(x + T) = f(x)$.

Notons qu'ici: si $x \in \mathbb{R}$, alors $x + T \in \mathbb{R}$.

1. $f_1(x) = \cos(3x)$:

Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f_1(x) = \cos(3x)$

$$= \cos(3x + 2\pi)$$

(car: $\cos(x)$ est périodique de période 2π)

$$= \cos\left(3\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

$$= f_1\left(x + \frac{2\pi}{3}\right).$$

Notons qu'ici: si $x \in \mathbb{R}$, alors $x + \frac{2\pi}{3} \in \mathbb{R}$.

En conclusion, pour tout $x \in \mathbb{R}$: f est périodique de période $\frac{2\pi}{3}$.

2. $f_2(x) = -\cos(7x)$:

$$\begin{aligned} \text{Pour tout } x \in \mathbb{R}: f_2(x) &= -\cos(7x) \\ &= -\cos(7x + 2\pi) \end{aligned}$$

(car: $\cos(x)$ est périodique de période 2π)

$$\begin{aligned} &= -\cos\left(7\left(x + \frac{2\pi}{7}\right)\right) \\ &= f_2\left(x + \frac{2\pi}{7}\right). \end{aligned}$$

Notons qu'ici: si $x \in \mathbb{R}$, alors $x + \frac{2\pi}{7} \in \mathbb{R}$.

En conclusion, pour tout $x \in \mathbb{R}$: f_2 est périodique de période $\frac{2\pi}{7}$.

3. $f_3(x) = 3 \sin(3x)$:

$$\begin{aligned} \text{Pour tout } x \in \mathbb{R}: f_3(x) &= 3 \sin(3x) \\ &= 3 \sin(3x + 2\pi) \end{aligned}$$

(car: $\sin(x)$ est périodique de période 2π)

$$= 3 \sin \left(3 \left(x + \frac{2\pi}{3} \right) \right)$$

$$= f_3 \left(x + \frac{2\pi}{3} \right).$$

Notons qu'ici: si $x \in \mathbb{R}$, alors $x + \frac{2\pi}{3} \in \mathbb{R}$.

En conclusion, pour tout $x \in \mathbb{R}$: f_3 est périodique de période $\frac{2\pi}{3}$.

4. $f_4(x) = -2 \sin(2x)$:

Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f_4(x) = -2 \sin(2x)$

$$= -2 \sin(2x + 2\pi)$$

(car: $\sin(x)$ est périodique de période 2π)

$$= -2 \sin(2(x + \pi))$$

$$= f_4(x + \pi).$$

Notons qu'ici: si $x \in \mathbb{R}$, alors $x + \pi \in \mathbb{R}$.

En conclusion, pour tout $x \in \mathbb{R}$: f_4 est périodique de période π .