

1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Fonctions cosinus et sinus

Correction

 www.freemaths.fr

CALCUL DE LA PÉRIODE D'UNE FONCTION

/

CORRECTION

Déterminons une période de chacune des fonctions définies sur \mathbb{R} :

D'après le cours, soient f une fonction définie sur I et $T > 0$ un nombre réel tel que si $x \in I$, alors $x + T \in I$.

f est dite **périodique de période T** si: $f(x + T) = f(x)$.

Notons qu'ici: si $x \in \mathbb{R}$, alors $x + T \in \mathbb{R}$.

1. $f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$:

Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

$$= \cos\left(x + \frac{\pi}{2} + 2\pi\right)$$

(car: $\cos(x)$ est périodique de période 2π)

$$= \cos\left(x + 2\pi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= \cos \left((x + 2\pi) + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$= f(x + 2\pi).$$

Notons qu'ici: si $x \in \mathbb{R}$, alors $x + 2\pi \in \mathbb{R}$.

En conclusion, pour tout $x \in \mathbb{R}$: f est périodique de période 2π .

2. $g(x) = \cos \left(4x - \frac{\pi}{3} \right)$:

Pour tout $x \in \mathbb{R}$: $g(x) = \cos \left(4x - \frac{\pi}{3} \right)$

$$= \cos \left(4x - \frac{\pi}{3} + 2\pi \right)$$

(car: $\cos(x)$ est périodique de période 2π)

$$= \cos \left(4x + 2\pi - \frac{\pi}{3} \right)$$

$$= \cos \left((4x + 2\pi) - \frac{\pi}{3} \right)$$

$$= \cos \left(4 \left(x + \frac{\pi}{2} \right) - \frac{\pi}{3} \right)$$

$$= g \left(x + \frac{\pi}{2} \right).$$

Notons qu'ici: si $x \in \mathbb{R}$, alors $x + \frac{\pi}{2} \in \mathbb{R}$.

En conclusion, pour tout $x \in \mathbb{R}$: f est périodique de période $\frac{\pi}{2}$.