1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Équations & Inéquations Trigonométriques

Correction

ÉQUATIONS DU 1er DEGRÉ ... 9

CORRECTION

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, rappelons les formules de $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$:

D'après le cours, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

- $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin(x)$
- $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin(x)$
- $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos(x)$
- $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x)$.

2.a Résolvons dans $\mathbb{R}$, l'équation $\cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$:

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \iff \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{2} = x - \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ 2x + \frac{\pi}{2} = -x + \frac{\pi}{3} + 2k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\begin{cases} 2x + \dfrac{\pi}{2} = x - \dfrac{\pi}{3} + 2k\pi \\ 2x + \dfrac{\pi}{2} = -x + \dfrac{\pi}{3} + 2k\pi \end{cases} \iff \begin{cases} x = \dfrac{-\pi}{2} - \dfrac{\pi}{3} + 2k\pi \\ 3x = \dfrac{-\pi}{2} + \dfrac{\pi}{3} + 2k\pi \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} x = \dfrac{-5\pi}{6} + 2k\pi \\ x = \dfrac{-\pi}{18} + \dfrac{2k\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Comme $x \in \mathbb{R}$, il y a une infinité de solutions qui sont:

- $x = \dfrac{-5\pi}{6} + 2k\pi$
- $x = \dfrac{-\pi}{18} + \dfrac{2k\pi}{3}$

$, k \in \mathbb{Z}.$

b. Résolvons dans $\mathbb{R}$, l'équation $\sin\left(x - \dfrac{\pi}{3}\right) = \sin\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right)$:

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \iff \begin{cases} x - \dfrac{\pi}{3} = x + \dfrac{\pi}{3} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x - \dfrac{\pi}{3} = \pi - x - \dfrac{\pi}{3} + 2k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\begin{cases} x - \dfrac{\pi}{3} = x + \dfrac{\pi}{3} + 2k\pi \\ x - \dfrac{\pi}{3} = \pi - x - \dfrac{\pi}{3} + 2k\pi \end{cases} \iff \begin{cases} \text{———} \\ 2x = \pi + 2k\pi \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow \left\{ x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}. \right.$$

Comme $x \in \mathbb{R}$, il y a 2 solutions sur le cercle trigonométrique qui sont:

- $x = \frac{\pi}{2}$
- $x = \frac{3\pi}{2}$.

c. Résolvons dans $\mathbb{R}$, l'équation $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos(2x)$:

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos(2x) \Longleftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)$$

$$\Longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + 2x + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x - \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{2} - 2x + 2k\pi \end{array} \right. ,\ k \in \mathbb{Z}.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + 2x + 2k\pi \\ x - \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{2} - 2x + 2k\pi \end{array} \right. \Longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} -x = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ 3x = \frac{\pi}{3} + \pi - \frac{\pi}{2} + 2k\pi \end{array} \right.$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{-5\pi}{6} - 2k\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{18} + \dfrac{2k\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Comme $x \in \mathbb{R}$, il y a une infinité de solutions qui sont:

- $x = \dfrac{-5\pi}{6} - 2k\pi$
- $x = \dfrac{5\pi}{18} + \dfrac{2k\pi}{3}$

$, k \in \mathbb{Z}.$