

1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Équations & Inéquations Trigonométriques

Correction

 www.freemaths.fr

CORRECTION

Calculons $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ sachant que $\cos(x) = \frac{1}{4}$ et $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$:

Ici: $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

D'où: $2x \in [0; \pi]$ et par conséquent $\sin(2x) \geq 0$.

De plus: $\cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1$. $\left(\cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}\right)$

Dans ces conditions: $\cos(2x) = 2(\cos(x))^2 - 1$ **cad** $\cos(2x) = \frac{-7}{8}$.

Or, d'après le cours: $\cos(x + y) = \cos(x) \times \cos(y) - \sin(x) \times \sin(y)$.

$$\begin{aligned} \text{Ainsi: } \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) &= \cos(2x) \times \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - \sin(2x) \times \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \\ &= \left(\frac{-7}{8}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) - \sin(2x) \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right). \end{aligned}$$

Or: $\sin^2(2x) = 1 - \cos^2(2x)$ **cad** $\sin^2(2x) = 1 - \left(\frac{-7}{8}\right)^2$.

Comme $\sin(2x) \geq 0$: $\sin(2x) = \sqrt{1 - \left(\frac{7}{8}\right)^2}$.

En définitive: $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{-7}{16} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{1 - \left(\frac{7}{8}\right)^2}$

cad: $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{7 + 3\sqrt{5}}{16}$.