1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Équations & Inéquations Trigonométriques

Correction

☛ www.freemaths.fr

ÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ ... 2

CORRECTION

1. **Résolvons dans $I = \left[0; \frac{\pi}{2} \right]$, l'équation $2\cos^2(x) + \cos(x) - 1 = 0$:**

Soit l'équation: $2\cos^2(x) + \cos(x) - 1 = 0 \quad (1).$

En posant $X = \cos(x)$, l'équation (1) devient: $2X^2 + X - 1 = 0.$

$\Delta = (1)^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 9 = 3^2 > 0.$

Comme $\Delta > 0$, l'équation admet deux racines réelles distinctes qui sont:

$$X' = \frac{-1-3}{4} = -1 \quad \text{et} \quad X'' = \frac{-1+3}{4} = \frac{1}{2}.$$

Dans ces conditions: $\cos(x) = -1$ **ou** $\cos(x) = \frac{1}{2}.$

- $\cos(x) = -1 \iff \cos(x) = \cos(\pi)$

$$\iff x = \pi + 2k\pi \text{ ou } x = -\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Comme $x \in \left[0; \frac{\pi}{2} \right]$: , **il n'y a aucune solution.**

- $\cos(x) = \frac{1}{2} \iff \cos(x) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$

$$\iff x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{-\pi}{3} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}.$$

Comme $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, la solution est: $\frac{\pi}{3}$.

En conclusion, la solution dans $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$ est: $\frac{\pi}{3}$.

2. Résolvons dans $I = \left[\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, l'équation $2\cos^2(x) - 3\cos(x) + 1 = 0$:

Soit l'équation: $2\cos^2(x) - 3\cos(x) + 1 = 0 \quad (1)$.

En posant $X = \cos(x)$, l'équation (1) devient: $2X^2 - 3X + 1 = 0$.

$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 1 = 1^2 > 0$.

Comme $\Delta > 0$, l'équation admet deux racines réelles distinctes qui sont:

$$X' = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2} \text{ et } X'' = \frac{3+1}{4} = 1.$$

Dans ces conditions: $\cos(x) = \frac{1}{2}$ ou $\cos(x) = 1$.

- $\cos(x) = \frac{1}{2} \iff \cos(x) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$

$$\iff x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{-\pi}{3} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}.$$

Comme $x \in \left[\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, les solutions sont: $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{-\pi}{3}$.

- $\cos(x) = 1 \iff \cos(x) = \cos(0)$

$$\iff x = 0 + 2k\pi \text{ ou } x = -0 + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}.$$

Comme $x \in \left[\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, la solution est: 0.

En conclusion, les solutions dans $\left[\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ sont: $\frac{\pi}{3}; \frac{-\pi}{3}, 0$.