1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Suites Numériques

Correction

www.freemaths.fr

CONVERGENTE OU DIVERGENTE ?

CORRECTION

1. Déterminons si les suites (U_n) sont convergentes ou divergentes:

- Une suite (U_n) est convergente et converge vers " ℓ " ssi: $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \ell$.

(" ℓ " étant un nombre fini qui doit être unique)

- Une suite (U_n) est divergente ssi: $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = +\infty$ ou $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = -\infty$.

Ici:

a. $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \lim\limits_{n \to +\infty} 3 \times 0,4^n$.

Or: $\lim\limits_{n \to +\infty} 0,4^n = 0$ car $0,4 \in \,]0;1[$.

D'où: $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 0$.

Ainsi: la suite (U_n) est convergente et converge vers " 0 ".

b. $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \lim\limits_{n \to +\infty} 150 \times 0,7^n$.

Or: $\lim\limits_{n \to +\infty} 0,7^n = 0$ car $0,7 \in]0;1[$.

D'où: $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 0$.

Ainsi: la suite (U_n) est convergente et converge vers " 0 ".

c. $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \lim\limits_{n \to +\infty} 300 \times 2^n$.

Or: $\lim\limits_{n \to +\infty} 2^n = +\infty$ car $2 > 1$.

D'où: $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = +\infty$.

Ainsi: la suite (U_n) est divergente.

d. $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \lim\limits_{n \to +\infty} 4\,(-1)^n$.

Distinguons 2 cas:
- si n est pair: $(-1)^n = 1$,
- si n est impair: $(-1)^n = -1$.

D'où:
- si n est pair: $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 4$,
- si n est impair: $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = -4$.

Ainsi: la suite (U_n) n'est pas convergente car elle admet deux limites différentes en $+\infty$. Elle est donc divergente.

e. $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{(-1)^n}{n^2}$.

Or: $\dfrac{(-1)^n}{n^2} = (-1)^n \times \dfrac{1}{n^2}$.

Et: $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1}{n^2} = 0$.

D'où: $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \mathbf{0}$.

Ainsi: **la suite (U_n) est convergente et converge vers " 0 ".**

f. $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \lim\limits_{n \to +\infty} 2 + \dfrac{5\,(-1)^n}{n}$.

Or: $\dfrac{5\,(-1)^n}{n} = 5\,(-1)^n \times \dfrac{1}{n}$.

Et: $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1}{n} = 0$.

D'où: $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \mathbf{0}$.

Ainsi: **la suite (U_n) est convergente et converge vers " 0 ".**

g. $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \lim\limits_{n \to +\infty} 12 - (3)^n$.

Or: $\lim\limits_{n \to +\infty} -(3)^n = -\infty$.

D'où: $\lim_{n \to +\infty} U_n = -\infty.$

Ainsi: la suite (U_n) est divergente.