

1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Suites, Synthèse

Correction

 www.freemaths.fr

ALEX ET BÉNÉDICTE

CORRECTION

1. a. Calculons a_n et interprétons:

Soit a_n le salaire mensuel d'Alex au 1^{er} janvier de l'année 2019 + n.

D'après l'énoncé, le salaire initial d'Alex est de 1500€ et ce dernier augmentera de 20€ chaque année.

Dans ces conditions:

- $a_0 = 1500€$ (2019 = année de base = année 0)
- $a_{n+1} = a_n + 20$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

D'où: $a_1 = a_0 + 20$ **cad** $a_1 = 1520€$.

Cela signifie qu'en 2020, le salaire mensuel d'Alex sera de: 1520€.

1. b. Calculons b_n et interprétons:

Soit b_n le salaire mensuel de Bénédicte au 1^{er} janvier de l'année 2019 + n.

D'après l'énoncé, le salaire initial de Bénédicte est de 1450€ et ce dernier augmentera de 2% chaque année.

Dans ces conditions:

- $b_0 = 1450€$ (2019 = année de base = année 0)
- $b_{n+1} = b_n + 2\% \times b_n$ **cad** $b_{n+1} = (1,02) \times b_n$.

D'où: $b_1 = (1,02) \times b_0$ **cad** $b_1 = 1479 \text{€}$.

Cela signifie qu'en 2020, le salaire mensuel de Bénédicte sera de: **1479€**.

2. a. Donnons la nature de la suite (a_n) et précisons sa raison:

(a_n) est une suite arithmétique de raison $r = 20 \text{€}$ et de premier terme $a_0 = 1500 \text{€}$: $a_n = 1500 + 20 \times n$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

2. b. Donnons la nature de la suite (b_n) et précisons sa raison:

(b_n) est une suite géométrique de raison $q = 1,02$ et de premier terme $b_0 = 1450 \text{€}$: $b_n = (1,02)^n \times 1450$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

3. Montrons qu'en 2022 le salaire mensuel de Bénédicte sera inférieur à celui d'Alex avec un écart de moins de 25€:

Pour répondre à cette question, nous allons calculer le salaire en 2022 ($n = 3$) d'Alex et de Bénédicte.

- Le salaire d'Alex en 2022:

$$a_3 = 1500 + 20 \times (3) \text{ cad } a_3 = 1560 \text{€}.$$

- Le salaire de Bénédicte en 2022:

$$b_3 = (1,02)^3 \times 1450 \text{ cad } b_3 \approx 1539 \text{€}.$$

- Écart entre les deux salaires:

L'écart entre les deux salaires est égal à: $a_3 - b_3$.

$$\text{Or: } a_3 - b_3 = 1560 - 1539 \text{ cad } a_3 - b_3 = 21 \text{€}.$$

Au total, en 2022 le salaire mensuel de Bénédicte sera bien inférieur à celui d'Alex et l'écart entre les 2 salaires sera de: $21\text{€} < 25\text{€}$!

4. Recopions et complétons l'algorithme écrit en Python:

L'algorithme écrit en Python et complété est le suivant:

```
def depasseAlex():  
  
    a = 1500  
  
    b = 1450  
  
    n = 0  
  
    while b < a:  
  
        a = a + 20  
  
        b = 1.02 * b  
  
        n = n + 1  
  
    return 2019 + n
```