

# 1re

# MATHÉMATIQUES

## Enseignement de Spécialité

**Variables Aléatoires**

**&**

**$E(X)$ ,  $V(X)$  et  $\sigma(X)$**

**Correction**

 [www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# THE DOG !

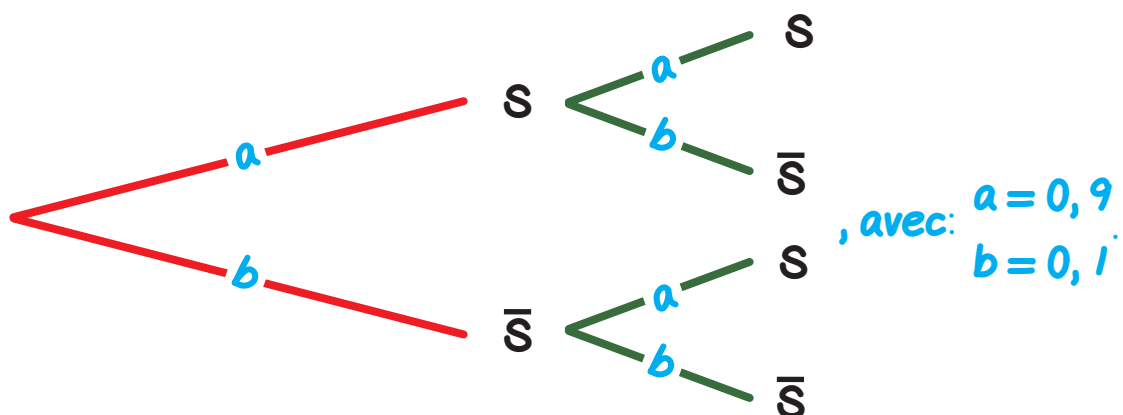
## CORRECTION

1. Représentons la situation à l'aide d'un arbre de probabilités:

D'après l'énoncé, nous avons:

- $S =$  " le chien rattrape la balle "
- $\bar{S} =$  " le chien ne rattrape pas la balle "
- $P(S) = 0,9$
- $P(\bar{S}) = 1 - 0,9 = 0,1$

L'arbre de probabilités illustrant la situation est le suivant:



2. Calculons la probabilité que le chien attrape une balle exactement:

Soit  $E$ , l'événement: " le chien attrape une balle exactement ".

Nous avons:  $E = (S \cap \bar{S}) \cup (\bar{S} \cap S)$ .

D'où:  $P(E) = P(S \cap \bar{S}) + P(\bar{S} \cap S)$ .

Or, d'après l'énoncé, les deux lancers sont réalisés avec une balle identique et de manière indépendante.

Ainsi:  $P(E) = (0,9 \times 0,1) + (0,1 \times 0,9)$  cad  $P(E) = 18\%$ .

**Au total, la probabilité que le chien attrape exactement une balle est de: 18%.**

3. Calculons la probabilité que le chien attrape au moins une balle:

Soit  $F$ , l'événement: " le chien n'attrape aucune balle ".

Et  $H$ , l'événement: " le chien attrape au moins une balle ".

Nous avons:  $P(H) = 1 - P(F)$ .

Or:  $P(F) = P(\bar{S} \cap \bar{S}) = 0,1 \times 0,1$ .

D'où:  $P(F) = 1\%$ .

Par conséquent:  $P(H) = 1 - 1\%$ .

**Au total, la probabilité que le chien attrape au moins une balle est de: 99%.**

4. a. Recopions et complétons le tableau donnant la loi de probabilité de  $G$ :

- Quelles sont les valeurs que peut prendre la variable aléatoire  $G$  ?

$G$  est la variable aléatoire donnant le nombre de points d'une manche jouée.

D'après l'énoncé, le chien gagne 100 points par 2 balles rattrapées, 30 points pour 1 balle rattrapée et perd 50 points pour 0 balle rattrapée.

Les valeurs que peut prendre  $G$  sont alors: **100 points, 30 points, -50 points.**

Et par conséquent:  $G(\Omega) = \{ 100; 30; -50 \}$ .

- $P(G = 100)$ ,  $P(G = 30)$ , et  $P(G = -50)$  ?

Nous avons: •  $P(G = 100) = P(S \cap S)$

$$= 0,9 \times 0,9$$

$$= \mathbf{81\%}.$$

- $P(G = 30) = P(E)$

$$= \mathbf{18\%} \quad (\text{voir question 2.})$$

- $P(G = -50) = P(F)$

$$= \mathbf{1\%} \quad (\text{voir question 3.})$$

- La loi de probabilité de la variable aléatoire  $G$  est donc:

$g_i$	100	30	-50
$P(G = g_i)$	81%	18%	1%

#### 4. b. Calculons $E(G)$ :

D'après le cours:  $E(G) = \sum_{i=1}^n P(G = g_i) \times g_i.$

Ici:  $E(G) = (81\% \times 100) + (18\% \times 30) + (1\% \times (-50))$   
 $= 85,9$  points gagnés.

**Au total:**  $E(G) = 85,9$  points gagnés ce qui signifie qu'en moyenne 85,9 points seront gagnés à ce game !