

1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Variables Aléatoires

&

$E(X)$, $V(X)$ et $\sigma(X)$

Correction

 www.freemaths.fr

L'OFFICE DU TOURISME

CORRECTION

1. a. Recopions et complétons l'arbre de probabilités:

D'après l'énoncé, nous avons:

• $P =$ " le touriste gagne un porte-clefs "

$M =$ " le touriste gagne une entrée gratuite ".

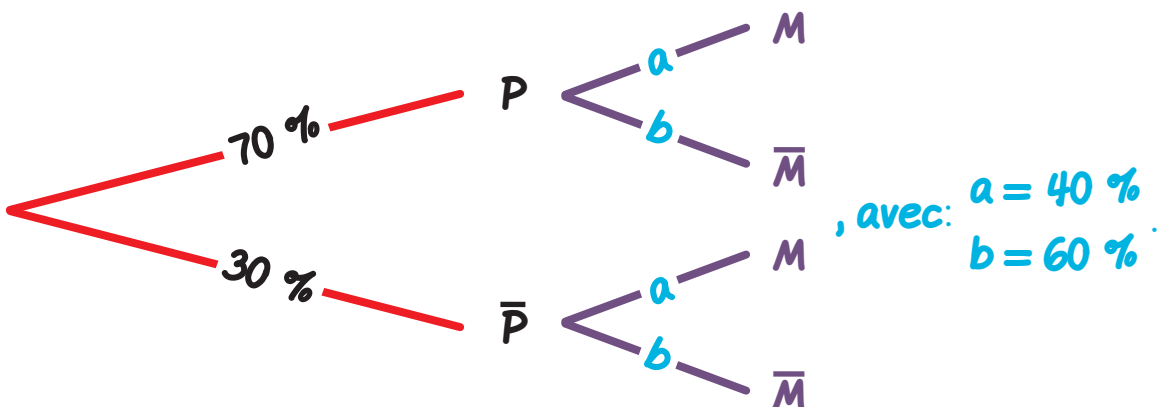
• $P(P) = \frac{7}{10} = 70\%$

$P(\bar{P}) = 1 - \frac{7}{10} = 30\%$.

• $P(M) = \frac{4}{10} = 40\%$

$P(\bar{M}) = 1 - \frac{4}{10} = 60\%$.

D'où l'arbre de probabilités complété suivant:



1. b. Calculons la probabilité que le touriste ne gagne aucun lot:

Ici, il s'agit de calculer: $P(\bar{P} \cap \bar{M})$.

Or: $P(\bar{P} \cap \bar{M}) = P_{\bar{P}}(\bar{M}) \times P(\bar{P})$.

Ainsi: $P(\bar{P} \cap \bar{M}) = 60\% \times 30\%$ cad $P(\bar{P} \cap \bar{M}) = 18\%$.

Au total, la probabilité que le touriste ne gagne aucun lot est de: 18%.

1. c. Calculons la probabilité que le touriste remporte au moins 1 lot:

Soit E, l'événement: " le touriste ne gagne aucun lot ".

Et F, l'événement: " le touriste remporte au moins 1 lot ".

Nous avons: $P(F) = 1 - P(E)$.

Or: $P(E) = 18\%$.

Par conséquent: $P(F) = 1 - 18\%$.

Au total, la probabilité que le touriste remporte au moins 1 lot est de: 82%.

2. a. Justifions que $P(X = 0, 8) = 0, 42$:

Soit G, l'événement: " le touriste ne gagne qu'un porte-clefs ".

$P(X = 80) = P(G) = P(P \cap \bar{M})$.

Or: $P(P \cap \bar{M}) = P_P(\bar{M}) \times P(P)$ cad $P(P \cap \bar{M}) = 60\% \times 70\%$.

Au total, la probabilité que le touriste ne gagne qu'un porte-clefs est: $P(X = 80) = P(G) = 42\% = 0,42$.

2. b. Complétons et recopions le tableau de la loi de probabilité de X:

- Quelles sont les valeurs que peut prendre la variable aléatoire X ?

X est la variable aléatoire qui à chaque touriste associe le coût de ses éventuels lots pour la municipalité.

Nous pouvons distinguer 4 coûts différents:

- coût 1 = 0€ quand le touriste ne gagne aucun lot
- coût 2 = 0,80€ quand le touriste ne gagne qu'un porte-clefs
- coût 3 = 5,50€ quand le touriste ne gagne qu'une entrée gratuite
- coût 4 = 0,80€ + 5,50€
= 6,30€ quand le touriste gagne le porte-clefs et l'entrée gratuite à la piscine.

- $P(X = 0)$, $P(X = 0,80)$, $P(X = 5,50)$ et $P(X = 6,30)$?

D'après le tableau, nous avons:

$$P(X = 0) = 18\%, P(X = 0,80) = 42\%, P(X = 5,50) = 12\%.$$

Or la somme des probabilités est toujours égale à 1.

$$\text{Dans ces conditions: } 18\% + 42\% + 12\% + P(X = 6,30) = 1$$

$$\Leftrightarrow P(X = 6,30) = 1 - 72\%.$$

Au total, le tableau recopié et complété est le suivant:

x_i	0	0,80	5,50	6,30
$P(X = x_i)$	0,18	0,42	0,12	0,28 (1 - 0,72)

3. Calculons et interprétons $E(X)$:

D'après le cours: $E(X) = \sum_{i=1}^n P(X = x_i) \times x_i$.

$$\begin{aligned} \text{Ici: } E(X) &= (0,18 \times 0) + (0,42 \times 0,80) + (0,12 \times 5,50) + (0,28 \times 6,30) \\ &= 2,76\text{€}. \end{aligned}$$

Au total: $E(X) = 2,76\text{€}$ ce qui signifie qu'en moyenne un touriste "joueur" coûtera 2,76€ à la municipalité.