

# 1re

# MATHÉMATIQUES

## Enseignement de Spécialité

**Variables Aléatoires**

**&**

**$E(X)$ ,  $V(X)$  et  $\sigma(X)$**

**Correction**

 [www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# 1, 2 OU 3 FILLES ?

## CORRECTION

1. Représentons l'expérience aléatoire à l'aide d'un arbre de probabilités:

D'après l'énoncé, nous avons:

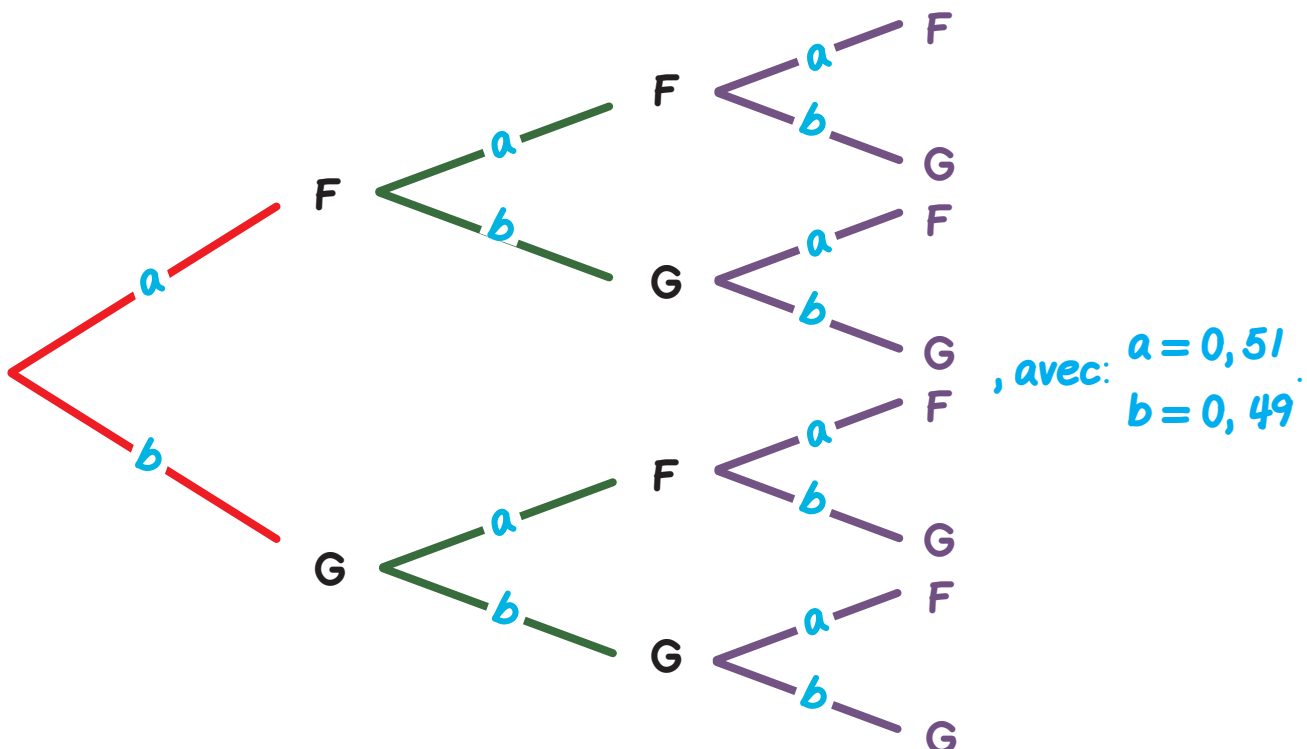
- $F = \text{" l'enfant est une fille "}$

- $G = \text{" l'enfant est un garçon "}$ .

- $P(F) = 0,51$

- $P(G) = 1 - 0,51 = 0,49$ .

D'où la situation illustrée par l'arbre de probabilités suivant:



## 2. Calculons la probabilité qu'exactement deux enfants soient des filles:

Soit  $E$ , l'événement: "exactement deux enfants sont des filles".

Nous avons:  $E = (F \cap F \cap G) \cup (F \cap G \cap F) \cup (G \cap F \cap F)$ .

D'où:  $P(E) = P(F \cap F \cap G) + P(F \cap G \cap F) + P(G \cap F \cap F)$ .

Or, d'après l'énoncé, les trois enfants nés sont choisis de manière indépendante.

Ainsi:  $P(E) = (0,51 \times 0,51 \times 0,49) + (0,51 \times 0,49 \times 0,51) + (0,49 \times 0,51 \times 0,51)$

$$\text{cad } P(E) = 38,23\%$$

**Au total, la probabilité qu'exactement deux enfants soient des filles est de: 38,23%.**

## 3. Décrivons l'événement ( $X = 0$ ) et calculons sa probabilité:

$X$  est la variable aléatoire égale au nombre de filles parmi les trois enfants.

Dans ces conditions, l'événement ( $X = 0$ ) signifie qu'il n'y a aucune fille parmi les trois enfants.

De plus:  $P(X = 0) = P(G \cap G \cap G)$

$$= 0,49 \times 0,49 \times 0,49$$

$$= 11,76\%$$

**Au total:  $P(X = 0) = 11,76\%$  ce qui signifie que la probabilité qu'il n'y ait aucune fille parmi les trois enfants est de 11,76%.**

## 4. Recopions et complétons le tableau donnant la loi de probabilité:

Pour compléter le tableau, nous devons calculer  $P(X=1)$  et  $P(X=3)$ .

En effet, nous savons déjà:  $P(X=0) = 11,76\%$  et  $P(X=2) = 38,23\%$ .

Or:  $P(X=3) = P(F \cap F \cap F) = 0,51 \times 0,51 \times 0,51 = 13,26\%$ .

De plus, nous savons que la somme des probabilités est toujours égale à 1.

D'où:  $11,76\% + P(X=1) + 38,23\% + 13,26\% = 1$

$$\Leftrightarrow P(X=1) = 1 - 63,25\% = 36,75\%$$

Au total, le tableau recopié et complété est le suivant:

$x_i$	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	11,76%	36,75%	38,23%	13,26%

5. Calculons et interprétons  $E(X)$ :

D'après le cours:  $E(X) = \sum_{i=1}^n P(X=x_i) \times x_i$ .

$$\begin{aligned} \text{Ici: } E(X) &= (11,76\% \times 0) + (36,75\% \times 1) + (38,23\% \times 2) + (13,26\% \times 3) \\ &= 1,53 \text{ filles.} \end{aligned}$$

**Au total:**  $E(X) = 1,53$  filles ce qui signifie qu'en moyenne il y aura 1,53 filles parmi les trois enfants.