1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Événements

&

Probabilités

Correction

☛ www.freemaths.fr

TIRAGE DANS UN PAQUET DE 52 CARTES

CORRECTION

1. Déterminons $P_A(B)$, $P_B(A)$ et étudions l'indépendance, dans le cas où les tirages ont lieu avec remise:

• $P_A(B)$?

D'après le cours: $P_A(B) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$.

Or ici: • comme les tirages ont lieu avec remise, les événements A et B sont indépendants, d'où: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$;

• $P(A) = \frac{4}{52}$ car dans un paquet de 52 cartes, il y a 4 " sept ";

• $P(B) = \frac{4}{52}$ car dans un paquet de 52 cartes, il y a 4 " sept ".

Dans ces conditions: $P_A(B) = \frac{P(A) \times P(B)}{P(A)} = P(B) = \frac{1}{13}$.

Ainsi, la probabilité que la seconde carte tirée soit un sept, sachant que la première carte tirée est un sept, est de $\frac{1}{13}$.

• $P_B(A)$?

D'après le cours: $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

Or ici: • comme les tirages ont lieu avec remise, les événements A et B sont indépendants, d'où: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$;

• $P(A) = \frac{4}{52}$;

• $P(B) = \frac{4}{52}$.

Dans ces conditions: $P_B(A) = \frac{P(A) \times P(B)}{P(B)} = P(A) = \frac{1}{13}$.

Ainsi, la probabilité que la première carte tirée soit un sept, sachant que la seconde carte tirée est un sept, est de $\frac{1}{13}$.

• L'indépendance des événements A et B ?

Dans le cas où les tirages ont lieu avec remise, les événements A et B sont indépendants: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

Et nous avons: • $P_A(B) = P(B)$

• $P_B(A) = P(A)$.

2. Déterminons $P_A(B)$, $P_B(A)$ et étudions l'indépendance, dans le cas où les tirages ont lieu sans remise:

• $P_A(B)$?

D'après le cours: $P_A(B) = \dfrac{P(B \cap A)}{P(A)}$.

Or ici: • comme les tirages ont lieu sans remise, les événements A et B ne sont pas indépendants. Pour contrecarrer ce problème, considérons que le paquet de cartes contienne 52 cartes lors du premier tirage et 51 cartes lors du second tirage dont seulement 3 " sept ", 1 " sept " ayant déjà été tiré ;

• $P(A) = \dfrac{4}{52}$ car dans un paquet de 52 cartes, il y a 4 " sept " ;

• $P(B) = \dfrac{3}{51}$ car lors du second tirage, il n'y a plus que 51 cartes dont 3 " sept ".

Dans ces conditions: $P_A(B) = \dfrac{\dfrac{4}{52} \times \dfrac{3}{51}}{\dfrac{4}{52}} = \dfrac{1}{17}$.

Ainsi, la probabilité que la seconde carte tirée soit un sept, sachant que la première carte tirée est un sept, est de $\dfrac{1}{17}$.

• $P_B(A)$?

D'après le cours: $P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

Comme les tirages ont lieu sans remise, les événements A et B ne sont pas indépendants. De plus, la réalisation de l'événement B dépend de la réalisation de l'événement A. Nous allons avoir recours à la **formule des probabilités totales** pour le calcul de $P_B(A)$.

Nous avons: • $P(A \cap B) = P_A(B) \times P(A)$;

• $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A})$

$= P_A(B) \times P(A) + P_{\bar{A}}(B) \times P(\bar{A})$.

D'où: $P_B(A) = \dfrac{P_A(B) \times P(A)}{P_A(B) \times P(A) + P_{\bar{A}}(B) \times P(\bar{A})}$ car: $P(B \cap A) = P(A \cap B)$.

Or: • $P_A(B) = \dfrac{1}{17}$;

• $P(A) = \dfrac{4}{52}$ car au premier tirage, il y a 52 cartes dont 4 " sept ";

• $P(\bar{A}) = 1 - \dfrac{4}{52} = \dfrac{48}{52}$;

• $P_{\bar{A}}(B) = \dfrac{4}{51}$ car au second tirage, il y a 51 cartes et toujours 4 " sept " du fait qu'au premier tirage aucun " sept " n'a été tiré.

Dans ces conditions: $P_B(A) = \dfrac{\dfrac{1}{17} \times \dfrac{4}{52}}{\left(\dfrac{1}{17} \times \dfrac{4}{52}\right) + \left(\dfrac{4}{51} \times \dfrac{48}{52}\right)} = \dfrac{1}{17}$.

Ainsi, la probabilité que A soit réalisé sachant que B l'est est de $\dfrac{1}{17}$.

• L'indépendance des événements A et B ?

Dans le cas où les tirages ont lieu sans remise, les événements A et B ne sont pas indépendants: $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$.