1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Événements
&
Probabilités

Correction

2 URNES, 2 TIRAGES

CORRECTION

1. Calculons $P_A(R)$, $P_A(N)$, $P_B(R)$ et $P_B(N)$:

De l'énoncé, nous pouvons en déduire directement:

- $P_A(R) = \frac{3}{4}$,
- $P_A(N) = \frac{1}{4}$,
- $P_B(R) = \frac{1}{7}$,
- $P_B(N) = \frac{6}{7}$.

Ainsi:
- dans l'urne A, la probabilité de tirer une boule rouge est de $\frac{3}{4}$ et celle de tirer une boule noire est de $\frac{1}{4}$;
- dans l'urne B, la probabilité de tirer une boule rouge est de $\frac{1}{7}$ et celle de tirer une boule noire est de $\frac{6}{7}$.

2. a. Déterminons la probabilité de tirer une boule rouge dans l'urne B sachant qu'on a tiré une boule rouge dans l'urne A:

Si on a tiré une boule rouge dans l'urne A, l'urne B contiendra alors: 2 boules rouges et 6 boules noires.

Soit P_1, la probabilité demandée, nous avons: $P_1 = \frac{2}{8} = 25\%$.

Ainsi, la probabilité de tirer une boule rouge dans l'urne B sachant qu'on a tiré une boule rouge dans l'urne A est de **25%**.

2. b. Déterminons la probabilité de tirer une boule rouge dans l'urne B sachant qu'on a tiré une boule noire dans l'urne A:

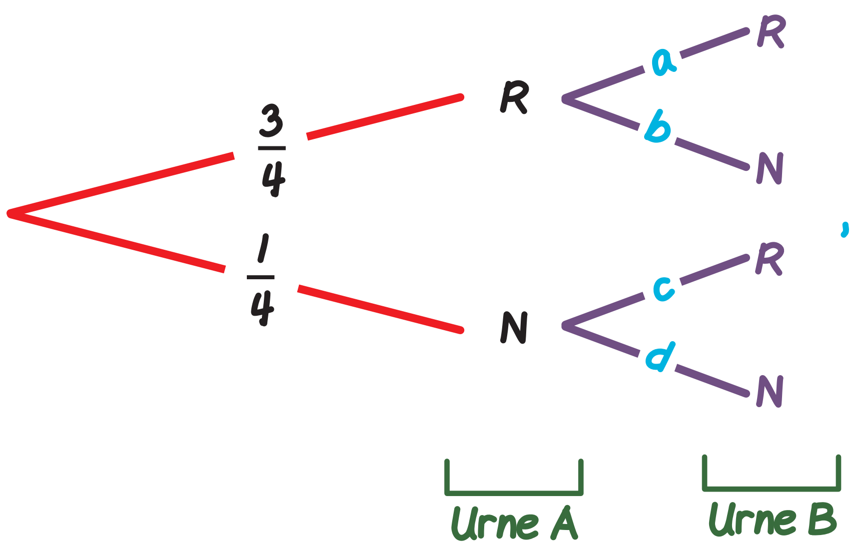
Si on a tiré une boule noire dans l'urne A, l'urne B contiendra alors: 1 boule rouge et 7 boules noires.

Soit P_2, la probabilité demandée, nous avons: $P_2 = \frac{1}{8} = 12,5\%$.

Ainsi, la probabilité de tirer une boule rouge dans l'urne B sachant qu'on a tiré une boule noire dans l'urne A est de **12,5%**.

3. Construisons alors un arbre:

Nous pouvons représenter cette situation à l'aide de l'arbre pondéré suivant:



, avec:

- $a = P_1 = 25\%$
- $b = 1 - a = 75\%$
- $c = P_2 = 12,5\%$
- $d = 1 - c = 87,5\%$

4. Calculons la probabilité que l'on ait tiré préalablement une boule rouge dans l'urne A sachant que l'on vient de tirer une boule rouge dans l'urne B:

Ici, il s'agit de calculer: $P_{RB}\,(RA)$.

D'après le cours: $P_{RB}\,(RA) = \dfrac{P\,(RA \cap RB)}{P\,(RB)}$.

Or, d'après la **formule des probabilités totales**:

$$P\,(RB) = P\,(RB \cap RA) + P\,(RB \cap NA)$$

$$= P_{RA}\,(RB) \times P\,(RA) + P_{NA}\,(RB) \times P\,(NA).$$

D'où: $P\,(RB) = P_1 \times \dfrac{3}{4} + P_2 \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{7}{32}$.

De plus: $P\,(RA \cap RB) = P\,(RB \cap RA) = P_{RA}\,(RB) \times P\,(RA)$.

Dans ces conditions: $P_{RB}\,(RA) = \dfrac{P_1 \times \dfrac{3}{4}}{\dfrac{7}{38}} = \dfrac{6}{7}$.

Ainsi, la probabilité recherchée est de $\dfrac{6}{7}$.