

# 1re

# MATHÉMATIQUES

## Enseignement de Spécialité

## Arbres de Probabilités

**Correction**

 [www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# UN WEE-END AU SOLEIL !

## CORRECTION

1. Déterminons les valeurs prises par la variable aléatoire  $X$ :

Ici,  $X$  est la variable aléatoire égale au nombre de Journées Sans Soleil.

Nous pouvons distinguer 3 cas différents:

- 0 journée sans soleil, donc aucun remboursement
- 1 journée sans soleil, donc 1 remboursement de 100 €
- 2 journées sans soleil, donc 1 remboursement de 150 €.

Les valeurs que peut prendre  $X$  sont donc: **0, 1 et 2.**

Et par conséquent:  $X(\Omega) = \{0; 1; 2\}$ .

**Au total, les valeurs prises par la variable aléatoire  $X$  sont: 0, 1 et 2.**

2. Représentons la situation à l'aide d'un arbre pondéré:

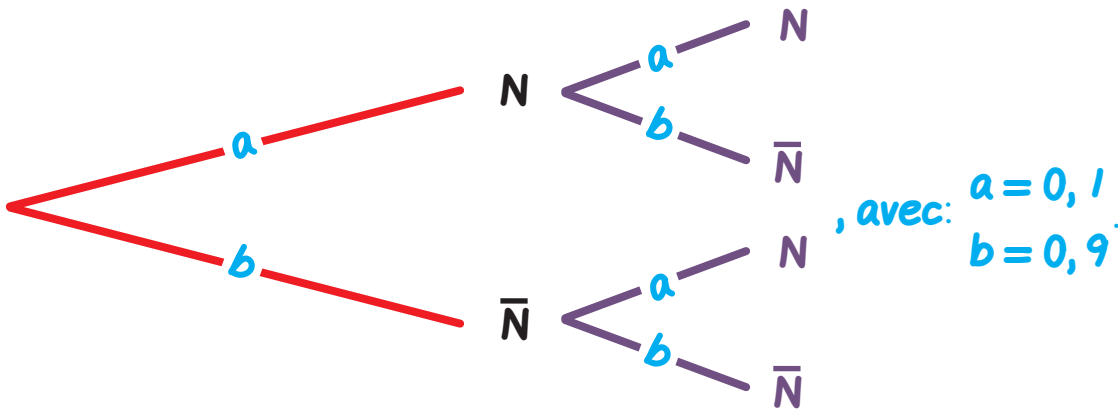
D'après l'énoncé, nous avons:

- $N$  = " le jour observé est une Journée Sans Soleil "
- $\bar{N}$  = " le jour observé est une Journée Avec Soleil ".

- $P(N) = 0,1$

$$P(\bar{N}) = 1 - 0,1 = 0,90.$$

D'où la situation illustrée par l'arbre de pondéré suivant:



3. Calculons  $P(X \geq 1)$  et interprétons le résultat:

**L'événement  $(X \geq 2)$  signifie:** "durant le week-end, il y aura au moins 1 Journée Sans Soleil".

$$\text{L'événement } (X \geq 1) = (N \cap N) \cup (N \cap \bar{N}) \cup (\bar{N} \cap N).$$

$$\text{D'où: } P(X \geq 1) = P(N \cap N) + P(N \cap \bar{N}) + P(\bar{N} \cap N).$$

$$\text{Or: } \bullet P(N \cap N) + P(N \cap \bar{N}) + P(\bar{N} \cap N) = 1 - P(\bar{N} \cap \bar{N}).$$

- On admet que les conditions météo d'un jour observé n'ont aucune influence sur le jour suivant.

$$\text{Ainsi: } P(X \geq 1) = 1 - (0,9 \times 0,9) \text{ cad } P(X \geq 1) = 0,19.$$

**Au total:**  $P(X \geq 1) = 19\%$  ce qui signifie qu'il y a 19% de chance que durant le week-end, il y ait au moins 1 Journée Sans Soleil.

#### 4. Donnons la loi de probabilité de la variable aléatoire $Y$ :

- Quelles sont les valeurs que peut prendre la variable aléatoire  $Y$  ?

Ici,  $Y$  est la variable aléatoire égale au gain découlant d'un éventuel remboursement, déduction faite du prix de l'assurance.

Nous pouvons distinguer 3 cas différents:

- 0 Journée Sans Soleil: **Gain = - 30 €**
- 1 Journée Sans Soleil: **Gain = 100 € - 30 € = 70 €**
- 2 Journées Sans Soleil: **Gain = 150 € - 30 € = 120 €.**

Les valeurs prises par la variable aléatoire  $Y$  sont donc:

**- 30 €, 70 € et 120 €.**

Et par conséquent:  $Y(\Omega) = \{-30; 70; 120\}$ .

- $P(Y = -30)$ ,  $P(Y = 70)$  et  $P(Y = 120)$  ?

Nous avons: •  $P(Y = -30) = P(\bar{N} \cap \bar{N}) = 0,9 \times 0,9$

•  $P(Y = 70) = P(\bar{N} \cap N) + P(N \cap \bar{N}) = (0,9 \times 0,1) + (0,1 \times 0,9)$

•  $P(Y = 120) = P(N \cap N) = 0,1 \times 0,1$ .

Dans ces conditions:  $P(Y = -30) = 0,81$ ,  $P(Y = 70) = 0,18$  et  $P(Y = 120) = 0,01$ .

- La loi de probabilité de la variable aléatoire  $Y$  est donc:

$y_i$	- 30	70	120
$P(Y = y_i)$	81%	18%	1%

### 5. Calculons $E(Y)$ et interprétons:

D'après le cours:  $E(Y) = \sum_{i=1}^n P(Y = y_i) \times y_i.$

Ici:  $E(Y) = (81\% \times (-30)) + (18\% \times 70) + (1\% \times 120)$   
 $= -10,5 \text{ euros.}$

**Au total:**  $E(Y) = -10,5 \text{ €}$  ce qui signifie qu'en moyenne un couple perdra 10,5 euros.

C'est donc dans l'intérêt de l'agence de voyage de vendre des assurances " La Garantie Soleil " car perte de 10,5 euros par couple = gain de 10,5 euros par couple pour l'agence !