

1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Arbres de Probabilités

Correction

 www.freemaths.fr

FEUX VERTS ET TOMBOLA

CORRECTION

1. a. Illustrons la situation par un arbre de probabilités:

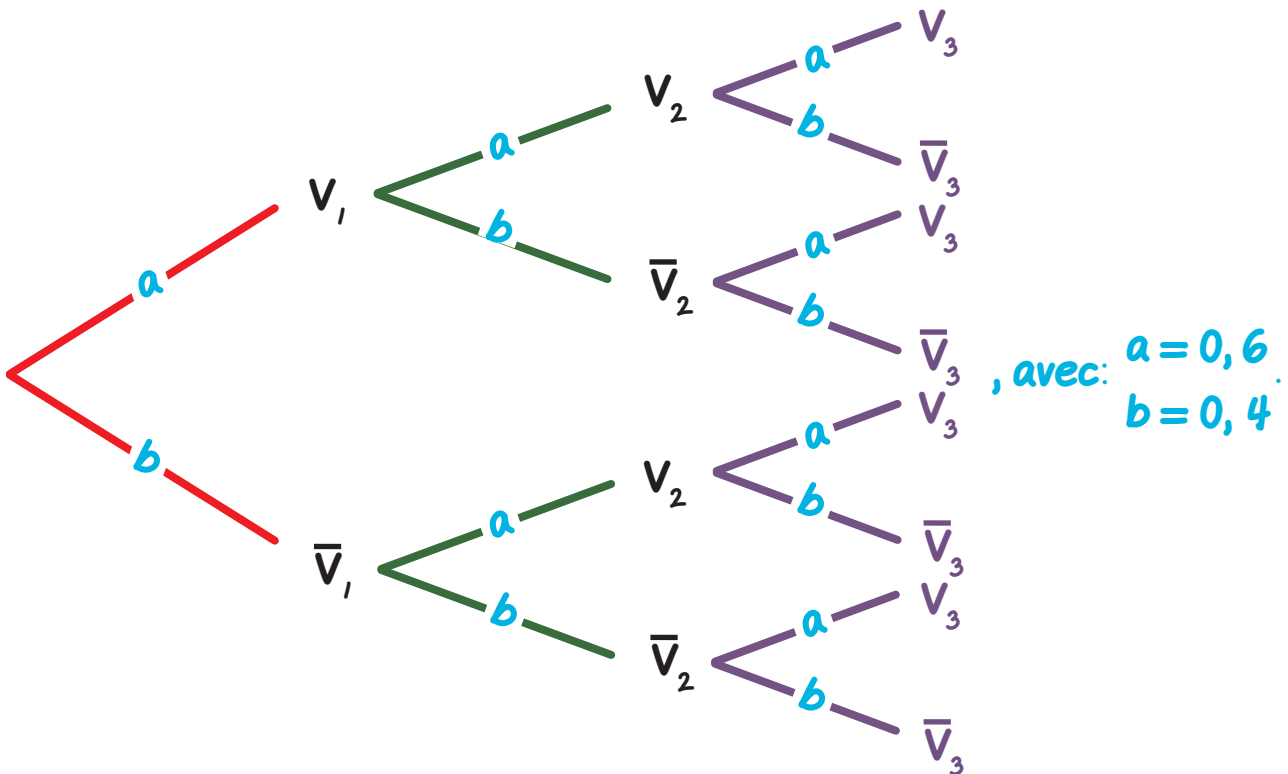
D'après l'énoncé, nous avons:

- $V =$ " le feu est vert "
- $\bar{V} =$ " le feu n'est pas vert ".
- $P(V) = 0,6$
- $P(\bar{V}) = 1 - 0,6 = 0,4$.

Ainsi, nous pouvons écrire:

- $V_1 =$ " le 1^{er} feu est vert "
- $\bar{V}_1 =$ " le 1^{er} feu n'est pas vert ".
- $V_2 =$ " le second feu est vert "
- $\bar{V}_2 =$ " le second feu n'est pas vert ".
- $V_3 =$ " le troisième feu est vert "
- $\bar{V}_3 =$ " le troisième feu n'est pas vert ".
- $P(V_1) = P(V_2) = P(V_3) = 0,6$
- $P(\bar{V}_1) = P(\bar{V}_2) = P(\bar{V}_3) = 1 - 0,6 = 0,4$.

D'où la situation illustrée par l'arbre de probabilités suivant:



1. b. Déterminons la probabilité qu'Antonella rencontre 3 feux verts:

La probabilité qu'Antonella rencontre 3 feux verts est:

$$P(V_1 \cap V_2 \cap V_3).$$

Or, d'après l'énoncé, les 3 feux fonctionnent de manière indépendante.

$$\begin{aligned} \text{Dans ces conditions: } P(V_1 \cap V_2 \cap V_3) &= P(V_1) \times P(V_2) \times P(V_3) \\ &= 0,6 \times 0,6 \times 0,6. \end{aligned}$$

Au total, la probabilité qu'Antonella rencontre 3 feux verts est de: 0,216.

1. c. Déterminons la probabilité qu'Antonella rencontre au moins 1 feu vert:

Soit E, l'événement: " Antonella ne rencontre aucun feu vert ".

Et F, l'événement: " Antonella rencontre au moins 1 feu vert ".

Nous avons: $P(F) = 1 - P(E)$.

Or: $P(E) = P(\bar{V}_1 \cap \bar{V}_2 \cap \bar{V}_3) = P(\bar{V}_1) \times P(\bar{V}_2) \times P(\bar{V}_3)$ car les 3 feux fonctionnent de manière indépendante.

D'où: $P(E) = 0,4 \times 0,4 \times 0,4$.

Par conséquent: $P(F) = 1 - (0,4)^3$.

Au total, la probabilité qu'Antonella rencontre au moins 1 feu vert est de: 0,936.

2. a. Donnons les différentes valeurs prises par X:

Ici, X correspond à la variable aléatoire associant à chaque billet le gain algébrique du joueur.

Les valeurs que peut prendre X sont:

- $x_1 = 100\text{€} - 5\text{€}$ (1 billet)
- $x_2 = 20\text{€} - 5\text{€}$ (5 billets)
- $x_3 = 5\text{€} - 5\text{€}$ (20 billets)
- $x_4 = 0\text{€} - 5\text{€}$ (74 billets).

C'est-à-dire: **95€, 15€, 0€ et -5€.**

Au total, l'ensemble des valeurs que peut prendre la variable aléatoire X est: $X(\Omega) = \{-5; 0; 15; 95\}$.

2. b. Déterminons la loi de probabilité de X:

- Nous avons:
- $P(X = 0) = \frac{74 \text{ billets}}{200 \text{ billets}} = 37\%$
 - $P(X = -5) = \frac{20 \text{ billets}}{200 \text{ billets}} = 10\%$
 - $P(X = 15) = \frac{5 \text{ billets}}{200 \text{ billets}} = 2,5\%$
 - $P(X = 95) = \frac{1 \text{ billet}}{200 \text{ billets}} = 0,5\%$

La loi de probabilité de la variable aléatoire X est donc:

| | | | | |
|--------------|-----|-----|------|------|
| x_i | -5 | 0 | 15 | 95 |
| $P(X = x_i)$ | 37% | 10% | 2,5% | 0,5% |