

1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Arbres de Probabilités

Correction

 www.freemaths.fr

DVD DÉFECTUEUX OU NON ?

CORRECTION

Partie A:

1. Démontrons que la probabilité de l'événement R est 0,134:

D'après l'énoncé, nous avons:

- D = " le DVD est défectueux ".
- \bar{D} = " le DVD est non défectueux ".

- R = " le DVD est retiré du stock ".
- \bar{R} = " le DVD n'est pas retiré du stock ".

- $P(D) = 6\%$
- $P(\bar{D}) = 1 - 6\% = 94\%$.

- $P_D(R) = 98\%$
- $P_D(\bar{R}) = 2\%$.

- $P_{\bar{D}}(R) = 1 - 92\% = 8\%$
- $P_{\bar{D}}(\bar{R}) = 92\%$.

Nous devons calculer: $P(R)$.

Or, l'événement $R = (R \cap D) \cup (R \cap \bar{D})$.

D'où: $P(R) = P(R \cap D) + P(R \cap \bar{D})$

$$= P_D(R) \times P(D) + P_{\bar{D}}(R) \times P(\bar{D}).$$

Ainsi: $P(R) = 98\% \times 6\% + 8\% \times 94\%$ cad: $P(R) = 13,4\%$.

Au total, nous avons bien: $P(R) = 13,4\%$.

2. Le responsable a-t-il raison ?

Pour répondre à cette question, nous devons calculer: $P_R(\bar{D})$.

$$P_R(\bar{D}) = \frac{P(R \cap \bar{D})}{P(R)}$$

$$= \frac{P_{\bar{D}}(R) \times P(\bar{D})}{P(R)}.$$

Ainsi: $P_R(\bar{D}) = \frac{8\% \times 94\%}{13,4\%}$ cad: $P_R(\bar{D}) \approx 56,12\%$.

Comme $56,12\% > 50\%$: le responsable a raison.

Partie B:

Peut-on rejeter l'hypothèse selon laquelle, 6% des DVD sont défectueux ?

Pour répondre à cette question, nous allons construire un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95%.

Ici, nous avons: • $n = 150$

- $p = 6\%$
- $f = \frac{14}{150} \Rightarrow f \approx 9,33\%$.

Dans ces conditions:

$$n = 150 \geq 30, n \cdot p = 9 \geq 5 \text{ et } n \cdot (1 - p) = 141 \geq 5.$$

Les conditions sont donc réunies.

Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 95% s'écrit:

$$I = \left[p - 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}; p + 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right],$$

$$\text{cad: } I = \left[6\% - 1,96 \times \sqrt{\frac{6\% \times 94\%}{150}}; 6\% + 1,96 \times \sqrt{\frac{6\% \times 94\%}{150}} \right].$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve: $I = [2,2\%; 9,8\%]$.

Or la fréquence "f", sur l'échantillon, est telle que: $f = 9,33\% \in I$.

Ainsi, **non** on ne peut pas rejeter l'hypothèse selon laquelle, 6% des DVD sont défectueux.