

1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Arbres de Probabilités

Correction

 www.freemaths.fr

ABONNEMENTS INTERNET ET TÉLÉPHONE

CORRECTION

Partie A: Obtention d'un opérateur

1. Déterminons la probabilité que le client joigne un opérateur:

D'après l'énoncé, nous avons:

- I = " client internet ".
- M = " client mobile ".
- O = " obtenir un opérateur ".

- $P(I) = 0,7$

- $P(M) = P(\bar{I}) = 1 - 0,7 = 0,3$
($0,7 + 0,3 = 1$).

- $P_I(O) = 0,95$

- $P_I(\bar{O}) = 1 - 0,95 = 0,05$
($0,95 + 0,05 = 1$).

- $P_{\bar{I}}(O) = 0,87$

- $P_{\bar{I}}(\bar{O}) = 1 - 0,87 = 0,13$
($0,87 + 0,13 = 1$).

Nous devons ainsi calculer: $P(O)$.

$$\begin{aligned} \text{Or, l'événement } O &= (O \cap I) \cup (O \cap \bar{I}) \\ &= (O \cap I) \cup (O \cap \bar{I}). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D'où: } P(O) &= P(O \cap I) + P(O \cap \bar{I}) \\ &= P_I(O) \times P(I) + P_{\bar{I}}(O) \times P(\bar{I}). \end{aligned}$$

Ainsi: $P(O) = 0,926$.

Au total, la probabilité que le client joigne un opérateur est de: 92,6%.

2. Client internet ou client mobile ?

Pour répondre à cette question, nous allons calculer:

- d'une part: $P_{\bar{O}}(I)$,
- d'autre part: $P_{\bar{O}}(\bar{I})$.

• $P_{\bar{O}}(I)$?

$$\begin{aligned} P_{\bar{O}}(I) &= \frac{P(\bar{O} \cap I)}{P(\bar{O})} \\ &= \frac{P_I(\bar{O}) \times P(I)}{P(\bar{O})} \\ &= \frac{P_I(\bar{O}) \times P(I)}{1 - P(O)}. \end{aligned}$$

Ainsi: $P_{\bar{O}}(I) \approx 47,3\%$.

• $P_{\bar{O}}(\bar{I})$?

$$P_{\bar{O}}(\bar{I}) = 1 - P_{\bar{O}}(I) \Rightarrow P_{\bar{O}}(\bar{I}) \approx 52,7\%.$$

Au total: comme $P_{\bar{0}}(\bar{I}) > P_{\bar{0}}(I)$, il est plus probable que ce soit un client mobile.

Partie B: Enquête de satisfaction

Que pensons-nous du taux de satisfaction annoncé par la société ?

Ici, nous avons: • $n = 1303$

• $p = 85\%$

• $f = \frac{1150}{1303} \Rightarrow f \approx 88,25\%$.

Dans ces conditions:

$n = 1303 \geq 30$, $n \cdot p = 1107,55 \geq 5$ et $n \cdot (1 - p) = 195,45 \geq 5$.

Les conditions sont donc réunies.

Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% s'écrit:

$$I = \left[p - 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}; p + 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right],$$

$$\text{cad: } I = \left[85\% - 1,96 \times \sqrt{\frac{85\% \times 15\%}{1303}}; 85\% + 1,96 \times \sqrt{\frac{85\% \times 15\%}{1303}} \right].$$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve: $I \approx [83\%; 87\%]$.

Or la fréquence "f", sur l'échantillon, est telle que: $f \approx 88,25\% \notin I$.

Ainsi, le taux de satisfaction annoncé par la société n'est pas exact.