

1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Polynômes

Exercices de Synthèse

Correction

 www.freemaths.fr

LES TROTTINETTES

CORRECTION

1. Calculons, pour 12 trottinettes fabriquées et vendues, le coût de fabrication, la recette et le bénéfice:

- D'après l'énoncé:
- le prix d'une trottinette est $p = 200$ €;
 - le coût de fabrication de " x " trottinettes est de

$$C(x) = 2x^3 - 50x^2 + 452x \text{ €}.$$

De plus, d'après le cours, nous savons que:

- la recette est donnée par la formule $R(x) = p \times x$
- le bénéfice ou profit est donné par la formule $B(x) = R(x) - C(x)$.

Dans ces conditions, pour 12 trottinettes fabriquées et vendues:

- Le coût de fabrication est: $C(12) = 2 \times (12)^3 - 50 \times (12)^2 + 452 \times 12 \text{ €}$
 $= 1680 \text{ €}.$

- La recette est: $R(12) = 200 \times 12 \text{ €}$
 $= 2400 \text{ €}.$

- Le bénéfice est: $B(x) = R(x) - C(x)$

$$= 2\,400 - 1\,680$$

$$= 720\text{€}.$$

2. a. Exprimons $R(x)$:

Comme dit à la question précédente: $R(x) = 200 \times x \text{ €}$.

2. b. Montrons que $B(x) = -2x^3 + 50x^2 - 252x$:

Comme dit à la question précédente: $B(x) = R(x) - C(x)$.

Dans ces conditions: $B(x) = 200 \times x - (2x^3 - 50x^2 + 452x)$

$$= -2x^3 + 50x^2 - 252x.$$

Ainsi, nous avons bien: $B(x) = -2x^3 + 50x^2 - 252x$.

3. a. Montrons que $B(x) = -2x(x-7)(x-18)$:

Pour tout $x \in [0; 21]$: $-2x(x-7)(x-18) = -2x(x^2 - 18x - 7x + 126)$

$$= -2x(x^2 - 25x + 126)$$

$$= -2x^3 + 50x^2 - 252x$$

$$= B(x).$$

Ainsi, pour tout $x \in [0; 21]$, nous avons bien: $B(x) = -2x(x-7)(x-18)$.

3. b. b1. Étudions le signe de $B(x)$ sur l'intervalle $[0; 21]$:

La fonction B admet 3 racines: $x_1 = 0$, $x_2 = 7$ et $x_3 = 18$.

$$(\text{car: } B(x) = -2x(x-7)(x-18))$$

Dans ces conditions, nous avons sur $[0; 21]$ le tableau de signe suivant:

x	0		7		18		21
x	0	+		+		+	
$x - 7$		-	0	+		+	
$x - 18$		-		-	0	+	
$x(x - 7)(x - 18)$	0	+	0	-	0	+	
$B(x)$	0	-	0	+	0	-	

3. b. b2. Interprétons le signe de $B(x)$ dans le contexte de l'exercice:

Nous allons distinguer 3 cas: $B(x) < 0$, $B(x) > 0$ et $B(x) = 0$.

- $B(x) < 0$ quand $x \in]0; 7[\cup]18; 21]$: cela signifie que si l'entreprise produit et vend moins de 7 trottinettes ou entre 18 et 21 trottinettes, elle perdra de l'argent et fera donc une perte.
- $B(x) > 0$ quand $x \in]7; 18[$: cela signifie que si l'entreprise produit et vend entre 7 et 18 trottinettes, elle gagnera de l'argent et fera donc un bénéfice.
- $B(x) = 0$ quand $x = 0$ et $x = 7$ et $x = 18$: cela signifie que si l'entreprise produit et vend 0 ou 7 ou 18 trottinettes, elle ne perdra pas et ne gagnera pas d'argent !