

1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Polynômes

Exercices de Synthèse

Correction

 www.freemaths.fr

LE COÛT MARGINAL

CORRECTION

1. a. Calculons le coût de fabrication de 2 500 composants et de 2 501 composants:

Nous savons que le coût de fabrication pour x composants, $x \in \mathbb{R}$, est:

$$C(x) = -0,01x^2 + 100x + 2\,000 \text{ (en euros).}$$

Dans ces conditions:

- $C(2\,500) = -0,01 \times (2\,500)^2 + 100 \times (2\,500) + 2\,000$
 $= 189\,500 \text{ €}.$

- $C(2\,501) = -0,01 \times (2\,501)^2 + 100 \times (2\,501) + 2\,000$
 $= 189\,549,99 \text{ €}.$

Ainsi, les coûts de fabrication de 2 500 et 2 501 composants sont respectivement de 189 500 € et de 189 549,99 €.

1. b. Déduisons-en le coût marginal:

Pour tout $x \in [0; 5\,000]$, le coût marginal nous est donné par:

$$C_m(x) = C(x+1) - C(x).$$

$$\begin{aligned} \text{Ainsi, ici: } C_m(2\,500) &= C(2\,501) - C(2\,500) \\ &= 189\,549,99 - 189\,500 \\ &= \mathbf{49,99 \text{ €}}. \end{aligned}$$

Ainsi, le coût marginal $C_m(2\,500)$ est de: $\mathbf{49,99 \text{ €}}$.

2. Déterminons l'erreur commise:

- La dérivée de $C(x)$ pour tout $x \in [0; 5\,000]$ est:

$$\begin{aligned} C'(x) &= -0,01 \times 2 \times x + 100 \\ &= \mathbf{-0,02 \times x + 100 \text{ €}}. \end{aligned}$$

- Ainsi: $C'(2\,500) = -0,02 \times 2\,500 + 100$
 $= \mathbf{50 \text{ €}}$.

Donc l'erreur commise en remplaçant $C_m(2\,500)$ par $C'(2\,500)$ est égale à: $\mathbf{50 - 49,99 = 0,01 \text{ €}}$.

3. Calculons $C(x+1) - C(x)$:

Pour tout $x \in [0; 5\,000]$:

$$\begin{aligned} C(x+1) - C(x) &= -0,01(x+1)^2 + 100(x+1) + 2\,000 \\ &\quad - [-0,01x^2 + 100x + 2\,000] \\ &= -0,01(x+1)^2 + 0,01x^2 + 100 \\ &= -0,01(x^2 + 2x + 1) + 0,01x^2 + 100 \\ &= \mathbf{-0,02x + 99,99 \text{ €}}. \end{aligned}$$

Ainsi, pour tout $x \in [0; 5\,000]$, nous avons bien:

$$C(x+1) - C(x) = -0,02x + 99,99 \text{ €}.$$

4. Déterminons l'erreur commise en remplaçant $C_m(x)$ par $C'(x)$:

$$\begin{aligned} C'(x) - C_m(x) &= -0,02x + 100 - (-0,02x + 99,99) \\ &= 100 - 99,99 \\ &= 0,01 \text{ €}. \end{aligned}$$

Ainsi, l'erreur commise en remplaçant $C_m(x)$ par $C'(x)$ est encore de: $0,01 \text{ €}!$