# 1re

# MATHÉMATIQUES

## Enseignement de Spécialité

# Équations du second degré

**Correction**

☛ www.freemaths.fr

# ÉQUATIONS AVEC PARAMÈTRE ?

## CORRECTION

**1. Résolvons sur $\mathbb{R}$ l'équation $-2x^2 + 5x - m = 0$:**

Soit l'équation: $-2x^2 + 5x - m = 0$. $(ax^2 + bx + c = 0)$

• **Calcul du discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$:**

$\Delta = 5^2 - 4 \times (-2) \times (-m) = \mathbf{25 - 8m}$.

• **Les solutions ?**

Nous allons distinguer 3 cas: $\Delta < 0$, $\Delta = 0$ et $\Delta > 0$.

**$\Delta < 0$:**

$\Delta < 0$ ssi: $25 - 8m < 0$ cad ssi: $m > \frac{25}{8}$.

**Dans ce cas, l'équation n'admet aucune solution sur $\mathbb{R}$.**

**$\Delta = 0$:**

$\Delta = 0$ ssi: $25 - 8m = 0$ cad ssi: $m = \frac{25}{8}$.

Freemaths : Tous droits réservés

Dans ce cas, l'équation admet une racine double sur $\mathbb{R}$ : $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{5}{4}$.

$\Delta > 0$ :

$\Delta > 0$ ssi : $25 - 8m > 0$ cad ssi : $m < \frac{25}{8}$.

Dans ce cas, l'équation admet 2 racines distinctes :

- $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 - \sqrt{25 - 8m}}{-4} = \frac{5 + \sqrt{25 - 8m}}{4}$

- $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 + \sqrt{25 - 8m}}{-4} = \frac{5 - \sqrt{25 - 8m}}{4}$.

**2. Résolvons sur $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 + (2 - m)x - m - 3 = 0$ :**

Soit l'équation : $x^2 + (2 - m)x - m - 3 = 0$. $(ax^2 + bx + c = 0)$

- **Calcul du discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$ :**

$\Delta = (2-m)^2 - 4 \times 1 \times (-m-3) = 4 + m^2 - 4m + 4m + 12 = m^2 + 16 > 0$.

- **Les solutions ?**

Pour tout $m \in \mathbb{R}$, le discriminant est toujours strictement positif.

Dans ce cas, l'équation admet 2 racines distinctes :

- $x_1 = \frac{-(2 - m) - \sqrt{m^2 + 16}}{2} = \frac{m - 2 - \sqrt{m^2 + 16}}{2}$

Freemaths : Tous droits réservés

$$\bullet\ x_2 = \frac{-(2-m)+\sqrt{m^2+16}}{2} = \frac{m-2+\sqrt{m^2+16}}{2}.$$

**3. Résolvons sur $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 + 6mx + (6m+1) = 0$:**

Soit l'équation: $x^2 + 6mx + (6m+1) = 0$. $(ax^2 + bx + c = 0)$

**• Calcul du discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$:**

$\Delta = (6m)^2 - 4 \times 1 \times (6m+1) = \mathbf{36m^2 - 24m - 4}$.

**• Les solutions ?**

Nous allons distinguer 3 cas: $\Delta < 0$, $\Delta = 0$ et $\Delta > 0$.

Pour connaître le signe de $\Delta$ en fonction de m, nous devons préalablement résoudre l'équation: $36m^2 - 24m - 4 = 0$. $(ax^2 + bx + c = 0)$

**• Calcul du discriminant $\Delta' = b^2 - 4ac$:**

$\Delta' = (-24)^2 - 4 \times 36 \times (-4) = 2^3 \times 12^2 = 2 \times (2^2 \times 12^2) = \mathbf{2 \times (24)^2 > 0}$.

**• Les solutions ?**

Comme $\Delta' > 0$, l'équation $36m^2 - 24m - 4 = 0$ admet 2 racines distinctes:

$$\bullet\ m_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta'}}{2a} = \frac{24-24\sqrt{2}}{72} = \frac{1-\sqrt{2}}{3}$$

$$\bullet\ m_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta'}}{2a} = \frac{24+24\sqrt{2}}{72} = \frac{1+\sqrt{2}}{3}.$$

**$\Delta < 0$:**

Freemaths : Tous droits réservés

$\Delta < 0$ ssi: $m \in ]m_1 ; m_2[$.

Dans ce cas, l'équation n'admet aucune solution sur $\mathbb{R}$.

$\Delta = 0$:

$\Delta = 0$ ssi: $m = m_1$ ou $m = m_2$.

Dans ce cas, l'équation admet une racine double sur $\mathbb{R}$:

- Si $m = m_1$, la racine double est: $x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{6m_1}{2} = -1+\sqrt{2}$

- Si $m = m_2$, la racine double est: $x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{6m_2}{2} = -1-\sqrt{2}$.

$\Delta > 0$:

$\Delta > 0$ ssi: $m \in ]-\infty ; m_1[ \cup ]m_2 ; +\infty[$.

Dans ce cas, l'équation admet 2 racines distinctes:

- $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-6m-\sqrt{36m^2-24m-4}}{2} = -3m-\sqrt{9m^2-6m-1}$

- $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-6m+\sqrt{36m^2-24m-4}}{2} = -3m+\sqrt{9m^2-6m-1}$.

Freemaths : Tous droits réservés