1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

La fonction exponentielle

Mini Cours

☛ www.freemaths.fr

A. Dérivées à connaître:

La fonction exponentielle est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$:

- $(e^x)' = e^x$.
- $[\ e^{(ax+b)}\ ]' = a \times e^{(ax+b)}$.
- $[\ e^{f(x)}\ ]' = f'(x) \times e^{f(x)}$.

B. Étude de la fonction exponentielle:

Comme la fonction exponentielle est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $(e^x)' = e^x > 0$: cette fonction est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

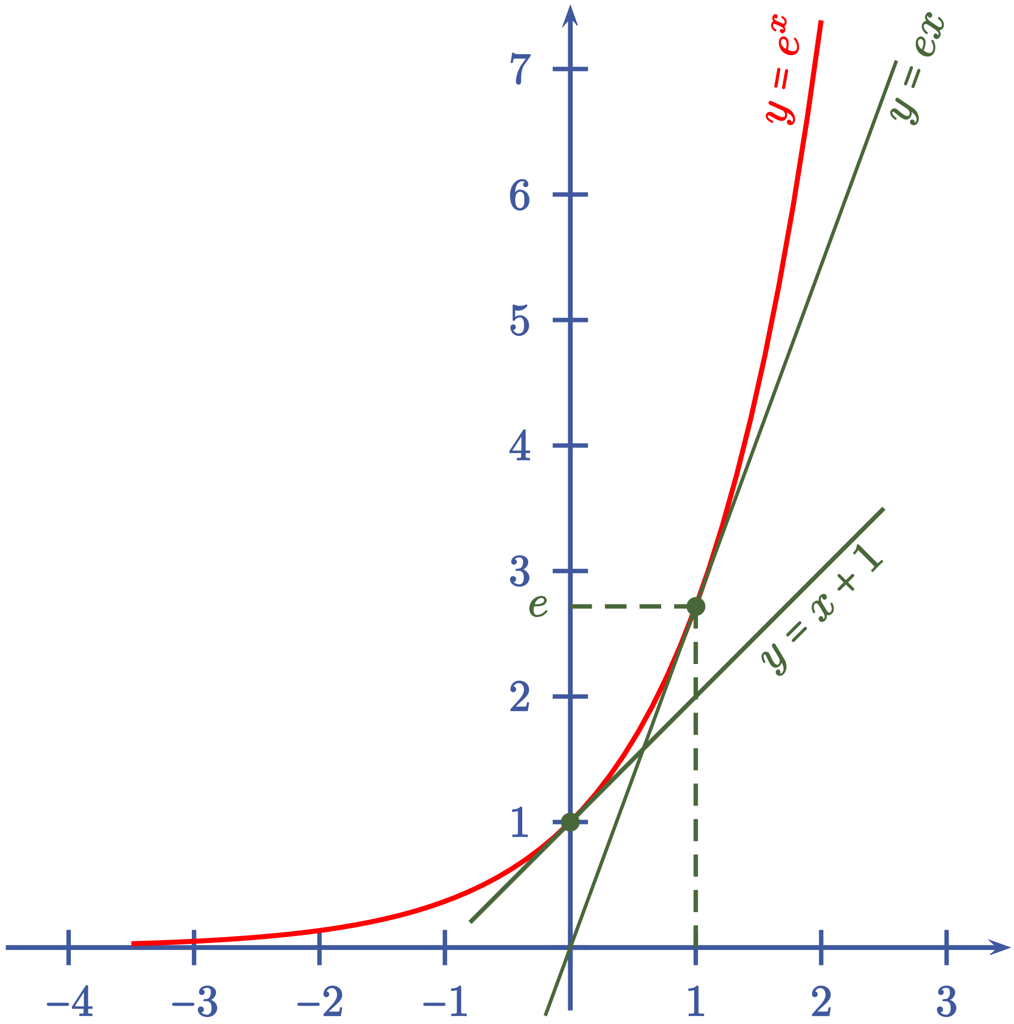
Le tableau de variations de la fonction exponentielle est donc:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$(e^x)'$		$+$		
e^x	$\nearrow$	1 $\nearrow$	e $\nearrow$	

C. Conséquences:

- $e^a = e^b \iff a = b$
- $e^a > e^b \iff a > b$
- $e^a < e^b \iff a < b$.

D. Graphique de la fonction exponentielle:



E. Les fonctions $f(x) = e^{-kx}$ et $g(x) = e^{kx}$ avec $k > 0$:

1. $f(x) = e^{-kx}$, $k > 0$:

La fonction f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, et pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = -k\,e^{-kx} < 0.$$

Cette fonction est donc strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ et nous avons le tableau de variations suivant:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	$\searrow$	1	$\searrow$

2. $g(x) = e^{kx}$, $k > 0$:

La fonction g est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, et pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$g'(x) = k\,e^{kx} > 0.$$

Cette fonction est donc strictement croissante sur $\mathbb{R}$ et nous avons le tableau de variations suivant:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	$\nearrow$	1	$\nearrow$