1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

La fonction exponentielle

Correction

CALCUL DE DÉRIVÉES 3

CORRECTION

Sans aucune justification, calculons les dérivées des fonctions suivantes:

Petit rappel: • $(e^x)' = e^x$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

• $(e^{(ax+b)})' = a \times e^{(ax+b)}$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

1. $f(x) = \dfrac{3\,e^x - 4}{e^x + 1}$:

$$f'(x) = \frac{(3\,e^x) \times (e^x + 1) - (3\,e^x - 4) \times (e^x)}{(e^x + 1)^2}$$

$$= \frac{3\,(e^x)^2 + 3\,e^x - 3\,(e^x)^2 + 4\,e^x}{(e^x + 1)^2}.$$

D'où: $f'(x) = \dfrac{7\,e^x}{(e^x + 1)^2}$.

2. $f(x) = \dfrac{(6x^3 - 18x + 15) \times 7\,e^{3x}}{(e^x)^3}$:

Ici: $f(x) = \dfrac{(6x^3 - 18x + 15) \times 7\,e^{3x}}{e^{3x}}$

$$= 7 \times (6x^3 - 18x + 15).$$

D'où: $f'(x) = 7\,(18x^2 - 18)$.

3. $f(x) = \dfrac{e^{-2x+1}}{e^{5x-4}}$:

Ici: $f(x) = e^{-2x+1} \times e^{-5x+4}$

$= e^{(-2x+1-5x+4)}$

$= e^{-7x+5}$.

D'où: $f'(x) = -7\,e^{-7x+5}$.

4. $f(x) = \dfrac{3\,e^{6x+1} \times (x^2 - 2)}{x\,e^{5x}}$:

Ici: $f(x) = \dfrac{3\,e^{6x+1} \times (x^2 - 2) \times e^{-5x}}{x}$

$= \dfrac{3\,e^{(6x+1-5x)} \times (x^2 - 2)}{x}$

$= \dfrac{3\,e^{x+1} \times (x^2 - 2)}{x}$.

Dans ces conditions:

$$f'(x) = \frac{[\,(3\,e^{x+1}) \times (x^2 - 2) + (3\,e^{x+1}) \times (2x)\,] \times [\,x\,] - [\,3\,e^{x+1} \times (x^2 - 2)\,] \times [\,1\,]}{x^2}$$

$$= \frac{3\,e^{x+1} \times (x^3 + x^2 - 2x + 2)}{x^2}$$

D'où: $f'(x) = \dfrac{3\,(x^3 + x^2 - 2x + 2)\,e^{x+1}}{x^2}$.