SUJET

2020-2021

MATHÉMATIQUES

Première **Spé Maths**

ÉVALUATIONS COMMUNES

Modèle CCYC : ©DNE
Nom de famille (naissance) :
(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : / /

1.1

ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU

CLASSE : Première

E3C : ☐ E3C1 ☒ E3C2 ☐ E3C3

VOIE : ☒ Générale ☐ Technologique ☐ Toutes voies (LV)

ENSEIGNEMENT : Spécialité « Mathématiques »

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 2 heures

CALCULATRICE AUTORISÉE : ☒Oui ☐ Non

DICTIONNAIRE AUTORISÉ : ☐Oui ☒ Non

☐ Ce sujet contient des parties à rendre par le candidat avec sa copie. De ce fait, il ne peut être dupliqué et doit être imprimé pour chaque candidat afin d'assurer ensuite sa bonne numérisation.

☐ Ce sujet intègre des éléments en couleur. S'il est choisi par l'équipe pédagogique, il est nécessaire que chaque élève dispose d'une impression en couleur.

☐ Ce sujet contient des pièces jointes de type audio ou vidéo qu'il faudra télécharger et jouer le jour de l'épreuve.

Nombre total de pages : 5

Exercice 1 (5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chacune des cinq questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Les questions sont indépendantes.
Pour chaque question, indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer la réponse.
Chaque réponse rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte, ni ne retire de point.

1. Soit P une probabilité sur un univers Ω et A et B deux évènements indépendants tels que $P(A) = 0{,}5$ et $P(B) = 0{,}2$.
Alors $P(A \cup B)$ est égal à :

a) $0{,}1$ b) $0{,}7$ c) $0{,}6$ d) On ne peut pas savoir.

2. La valeur arrondie au centième de $1 + 1{,}2 + 1{,}2^2 + 1{,}2^3 + \cdots + 1{,}2^{10}$ est :

a) $3{,}27$ b) $25{,}96$ c) $26{,}96$ d) $32{,}15$

3. Soit f la fonction définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = \frac{x}{e^x}$
Pour tout réel x, $f(x)$ est égal à :

a) $f(x) = \frac{e^{-x}}{-x}$ b) $f(x) = xe^{-x}$ c) $f(x) = -xe^{-x}$ d) $f(x) = \frac{e^{-x}}{x}$

4. Soit g la fonction définie sur $\mathbf{R}$ par $g(x) = (2x - 5)e^x$. On admet que $g$est dérivable sur $\mathbf{R}$ et on note g' sa fonction dérivée.
Alors pour tout réel x, $g'(x)$ est égal à :

a) $(2x - 3)e^x$ b) $(-2x + 7)e^x$ c) $2e^x$ d) $-5e^x$

5. Le nombre $\dfrac{e^{3} \times e^{-5}}{e^2}$ est égal à :

a) -1 b) $e^{-\frac{15}{2}}$ c) $\dfrac{1}{e^4}$ d) $\dfrac{3\,e^{-5}}{2}$

Exercice 2 (5 points)

Une banque propose un placement. Le compte est rémunéré et rapporte $5\ \%$ par an. La banque prend des frais de gestion qui se montent à 12 euros par an.

Ainsi, chaque année la somme sur le compte augmente de $5\ \%$ puis la banque prélève 12 euros.

Noémie place la somme de 1000 euros dans cette banque.
On appelle u_n la somme disponible sur le compte en banque de Noémie après n années, où n désigne un entier naturel.
On a donc $u_0 = 1000$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 1{,}05\, u_n - 12$

1. Avec un tableur on a calculé les premiers termes de la suite (u_n) :

	A	B
1	n	u(n)
2	0	1 000,00
3	1	1 038,00
4	2	1 077,90
5	3	1 119,80
6	4	1 163,78
7	5	1 209,97
8	6	1 258,47
9	7	1 309,40
10	8	1 362,87
11	9	1 419,01
12	10	1 477,96

a. Quelle formule a-t-on entrée dans la cellule B3 avant de l'étirer pour obtenir ces résultats ?

b. En utilisant les valeurs calculées de la suite, indiquer à Noémie combien de temps elle doit attendre pour que son placement lui rapporte 20 %.

On pose (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 240$.

2. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $1{,}05$.

3. Exprimer v_n puis u_n en fonction de l'entier n.

4. Calculer à partir de cette dernière formule la somme disponible sur le compte en banque de Noémie après 20 ans de placement.

Exercice 3 (5 points)

Dans cet exercice toutes les probabilités seront données sous forme décimale, arrondie au millième.

Une entreprise récupère des smartphones endommagés, les répare et les reconditionne afin de les revendre à prix réduit.

- 45 % des smartphones qu'elle récupère ont un écran cassé ;
- parmi les smartphones ayant un écran cassé, 30 % ont également une batterie défectueuse ;
- par contre, seulement 20 % des smartphones ayant un écran non cassé ont une batterie défectueuse.

1. Un technicien chargé de réparer et reconditionner les smartphones de l'entreprise prend un smartphone au hasard dans le stock. On note :

- E l'événement : « Le smartphone choisi a un écran cassé. »
- B l'événement : « Le smartphone choisi a une batterie défectueuse. »

a. Représenter la situation décrite ci-dessus par un arbre pondéré.

b. Démontrer que la probabilité que le smartphone choisi ait une batterie défectueuse est égale à $0{,}245$.

c. Sachant que le smartphone choisi a une batterie défectueuse, quelle est la probabilité qu'il ait un écran cassé ?

2. L'entreprise dépense 20 € pour réparer et reconditionner chaque smartphone qu'elle récupère. Si l'écran est cassé, elle dépense 30 € supplémentaires, et si la batterie est défectueuse, elle dépense 40 € supplémentaires.
On note X la variable aléatoire égale au coût total de réparation et reconditionnement d'un smartphone choisi au hasard dans le stock.

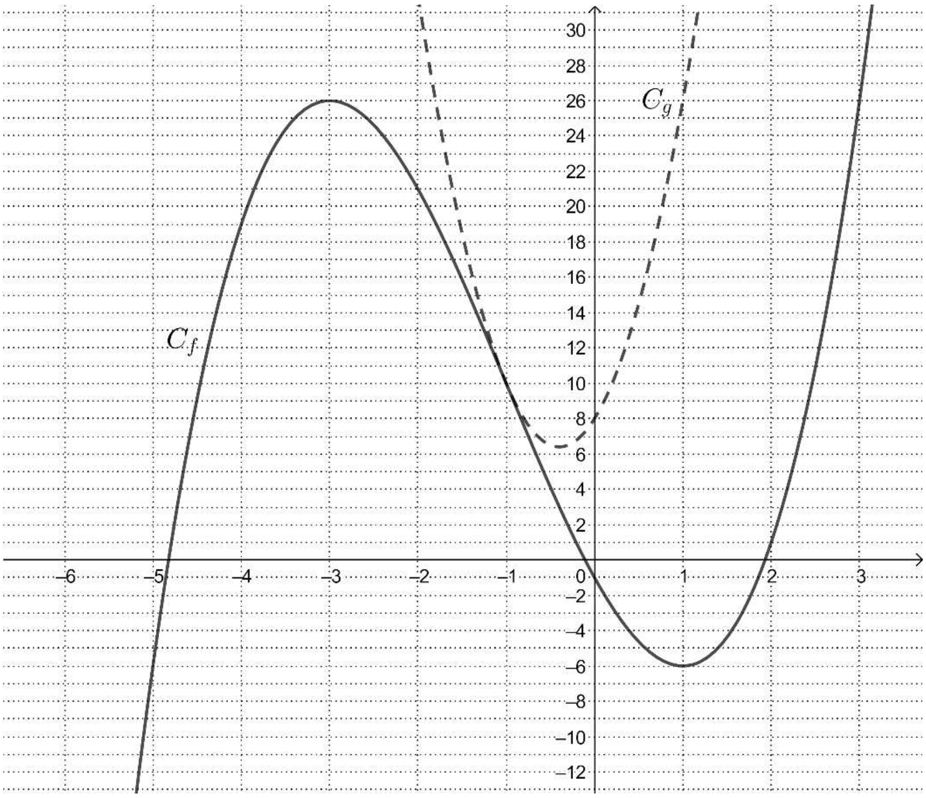
a. Recopier et compléter sur la copie (aucune justification n'est attendue) le tableau suivant pour donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

x_i	20	50	$\cdots$	$\cdots$
$P(X = x_i)$	$0{,}44$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$

b. L'entreprise doit réparer et reconditionner 500 smartphones. Combien doit-elle s'attendre à dépenser ?

Exercice 4 (5 points)

On donne ci-dessous les représentations graphiques respectives C_f et C_g de deux fonctions f et g définies sur **R** l'ensemble des nombres réels.



1. La fonction f est définie sur **R** par $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 1$.
On admet qu'elle est dérivable sur **R** et on note f' désigne sa fonction dérivée.

a. Calculer $f'(x)$.

b. Déterminer le signe de $f'(x)$ en fonction du réel x . En déduire le tableau de variation de la fonction f .

c. Déterminer une équation de la droite T tangente à C_f au point d'abscisse -1 .

2. La fonction g est une fonction polynôme du second degré, il existe donc trois réels a, b et c tels que : $g(x) = ax^2 + bx + c$ pour tout réel x . On note Δ son discriminant.

a. Déterminer, à l'aide du graphique, le signe de a et le signe de Δ .

b. La fonction g est définie, pour tout réel x, par $g(x) = 10x^2 + 8x + 8$.
Démontrer que les courbes C_f et C_g ont un point commun d'abscisse -1 et qu'en ce point elles ont la même tangente.