SUJET

2020-2021

MATHÉMATIQUES

Première **Spé Maths**

ÉVALUATIONS COMMUNES

Modèle CCYC : ©DNE
Nom de famille *(naissance)* :
(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : / /

1.1

ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU

CLASSE : Première

E3C : ☐ E3C1 ☒ E3C2 ☐ E3C3

VOIE : ☒ Générale ☐ Technologique ☐ Toutes voies (LV)

ENSEIGNEMENT : Spécialité « Mathématiques »

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 2 heures

CALCULATRICE AUTORISÉE : ☒Oui ☐ Non

DICTIONNAIRE AUTORISÉ : ☐Oui ☒ Non

☐ Ce sujet contient des parties à rendre par le candidat avec sa copie. De ce fait, il ne peut être dupliqué et doit être imprimé pour chaque candidat afin d'assurer ensuite sa bonne numérisation.

☐ Ce sujet intègre des éléments en couleur. S'il est choisi par l'équipe pédagogique, il est nécessaire que chaque élève dispose d'une impression en couleur.

☐ Ce sujet contient des pièces jointes de type audio ou vidéo qu'il faudra télécharger et jouer le jour de l'épreuve.

Nombre total de pages : 7

Exercice 1 (5 points)

Ce QCM comprend cinq questions. Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Les questions sont indépendantes.
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte, ni ne retire aucun point.

Question 1
On considère la fonction f définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = 2x^2 + 6x - 8$.
Parmi les propositions suivantes, laquelle est juste ?

a) $f(x) = 2(x-4)(x+1)$	b) $f(x) = (2x+8)(2x-2)$
c) $f(x) = 2(x+4)(x-1)$	d) $f(x) = 2(x+3)(x-2)$

Question 2
Pour tout réel x, $\dfrac{(\mathrm{e}^x)^2}{\mathrm{e}^{-x}}$ est égal à :

a) e^{x^2+x}	b) e^{3x}	c) e^2	d) e^{-2}

Question 3
Dans le plan muni d'un repère, soit $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction g définie sur $\mathbf{R}$ par $g(x) = \mathrm{e}^x$. L'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0 est :

a) $y = -x-1$	b) $y = -x+1$	c) $y = x+1$	d) $y = x$

Question 4
On considère la fonction f définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = (-x+1)\mathrm{e}^x$.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Parmi les propositions suivantes, laquelle est juste ?

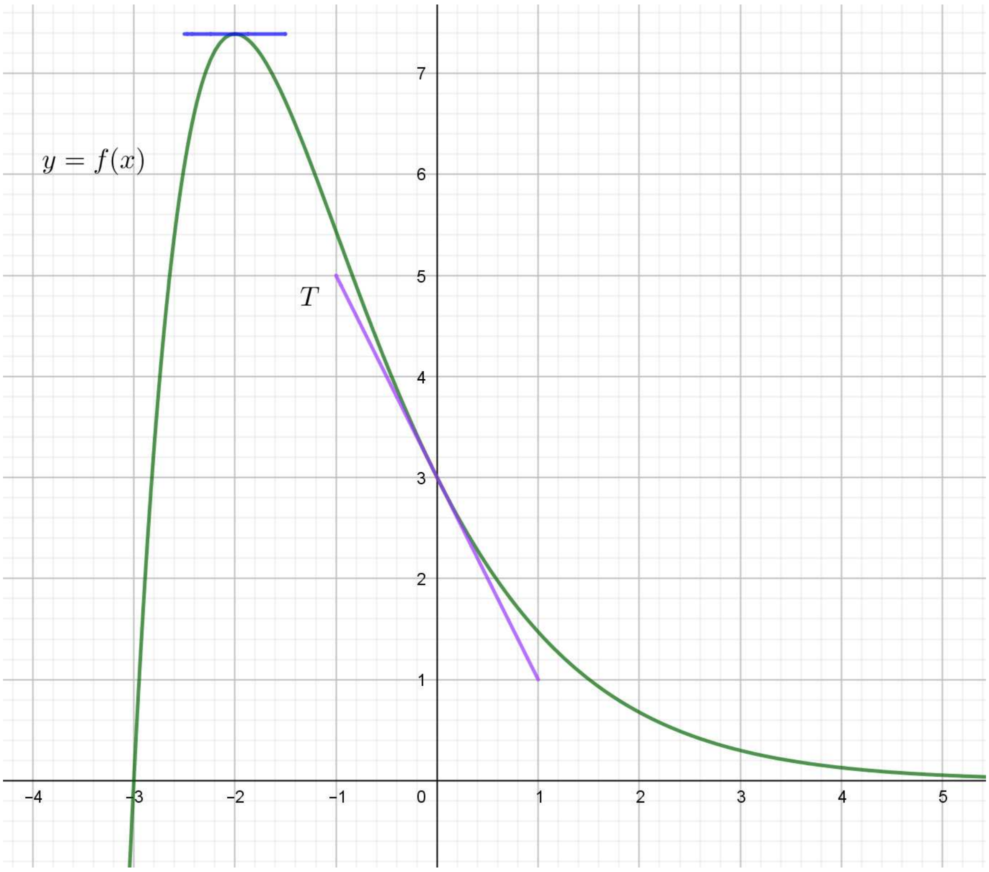
a) $f'(x) = -x\mathrm{e}^x$	b) $f'(x) = (x-2)\mathrm{e}^x$
c) $f'(x) = (-x+2)\mathrm{e}^x$	d) $f'(x) = x\mathrm{e}^{-x}$

Modèle CCYC : ©DNE Nom de famille *(naissance)* : *(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)*	
Prénom(s) :	
N° candidat :	N° d'inscription :
	(Les numéros figurent sur la convocation.)
Liberté • Égalité • Fraternité RÉPUBLIQUE FRANÇAISE Né(e) le :	/ /

1.1

Question 5

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on considère la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbf{R}$.



Parmi les propositions suivantes, laquelle n'est pas juste ?

a) $f'(-2) = 0$	b) $f'(3) = -2$	c) $f(0) = 3$	d) $f'(0) = -2$

G1SSMAT02615

Exercice 2 (5 points)

On administre à un patient un médicament par injection intraveineuse.
La première injection est de 10 ml, puis toutes les heures on lui en injecte 1 ml.
On étudie l'évolution de la quantité de médicament présente dans le sang en prenant le modèle suivant :

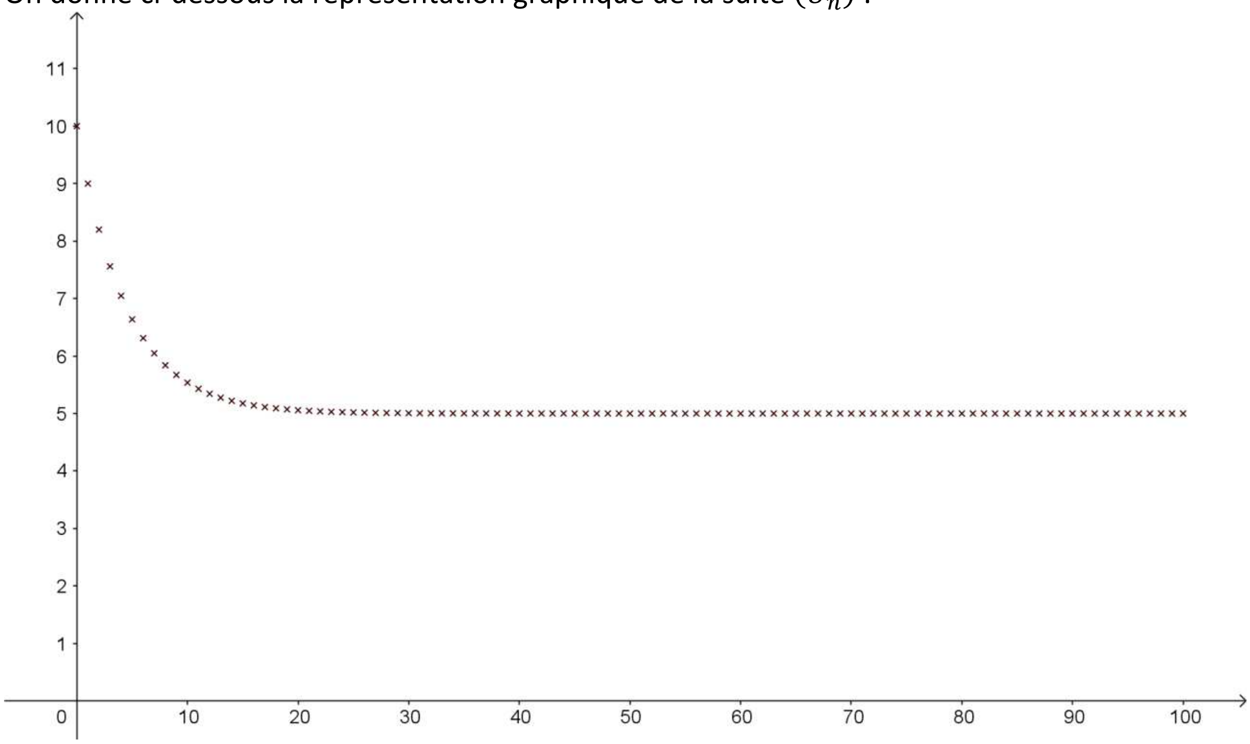
- on estime que 20 % de la quantité de médicament présente dans le sang est éliminée chaque heure ;
- pour tout entier naturel n, on note U_n la quantité de médicament en ml présente dans le sang au bout de n heures.

Ainsi, $U_0 = 10$.

1. Justifier que $U_1 = 9$.

2. Montrer que, pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = 0{,}8\, U_n + 1$.

On donne ci-dessous la représentation graphique de la suite (U_n) :



3. Conjecturer la limite de la suite (U_n).

On considère l'algorithme suivant :

```
U←10
N←0
Tant que U >5,1 faire
        U← 0,8*U+1
        N←N+1
Fin du tant que
Afficher N
```

4. À quoi cet algorithme sert-il ?

5. À l'aide de l'extrait du tableau de valeurs de la suite (U_n) donné ci-dessous, donner la valeur de N à l'issue de l'exécution de cet algorithme.

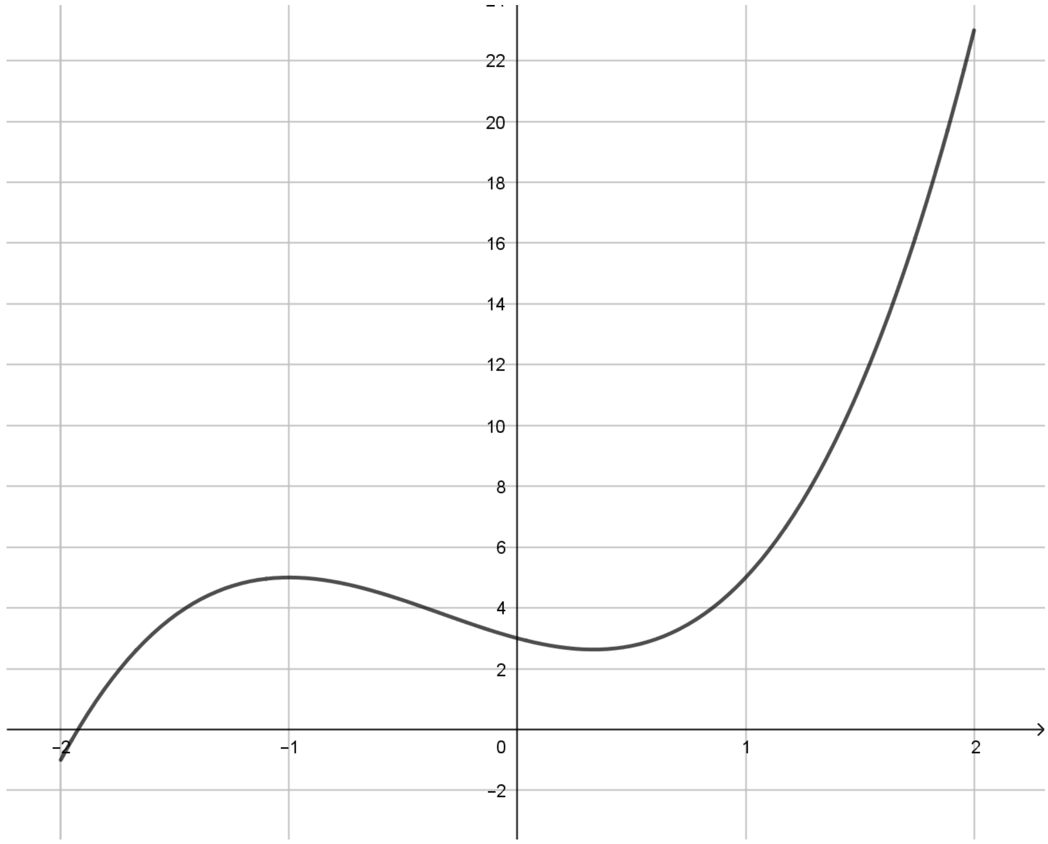
n	8	9	10	11	12	13	14
U_n	5,838861	5,671089	5,536871	5,429497	5,343597	5,274878	5,219902

n	15	16	17	18	19	20	21
U_n	5,175922	5,140737	5,11259	5,090072	5,072058	5,057646	5,046117

n	22	23	24	25	26	27	28
U_n	5,036893	5,029515	5,023612	5,018889	5,015112	5,012089	5,009671

Exercice 3 (5 points)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-2\,;2]$ par
$f(x) = 2x^3 + 2x^2 - 2x + 3$ et $\mathbf{C}$ sa représentation graphique dans le repère suivant.



1. On considère la droite d d'équation $y = 2x + 3$.

a. Montrer que déterminer les abscisses des points d'intersection entre la droite d et la courbe $\mathbf{C}$ revient à résoudre l'équation $2x(x^2 + x - 2) = 0$ sur l'intervalle $[-2\,;2]$.

b. Déterminer les coordonnées des points d'intersection entre d et $\mathbf{C}$.

2. On considère la droite d' d'équation $y = 2x + a$ où a est un nombre réel.
À l'aide du graphique, donner une valeur de a pour laquelle la droite d' et la courbe $\mathbf{C}$ ont un seul point d'intersection.

3. On note f' la fonction dérivée de f.

a. Démontrer que, pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[-2\,;2]$, $f'(x) = 6(x+1)\left(x - \frac{1}{3}\right)$.

b. Étudier les variations de f sur l'intervalle $[-2\,;2]$.

Modèle CCYC : ©DNE
Nom de famille *(naissance)* :
(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)
Prénom(s) :
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le :
1.1

Exercice 4 (5 points)

Une résidence de vacances propose uniquement deux formules :

- la formule « pension complète » dans laquelle 3 repas par jour sont fournis ;
- la formule « demi-pension » dans laquelle sont fournis uniquement le petit déjeuner et le dîner.

Pour l'année 2018, 65 % des clients ont choisi la pension complète ; les autres ont choisi la formule « demi-pension ».

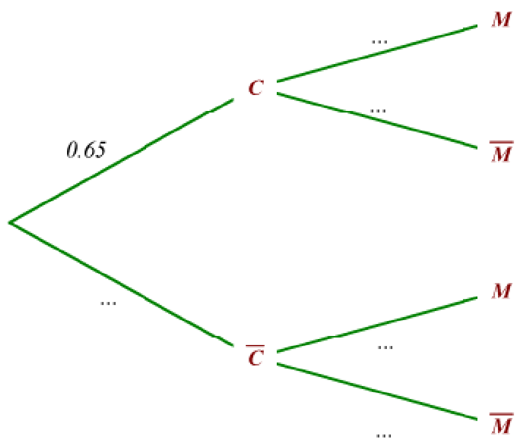
Parmi les clients qui ont choisi la demi-pension, 30 % ont réservé l'option « ménage » en fin de semaine. De plus, 70 % des clients qui ont choisi la pension complète ont réservé l'option ménage.

On choisit un client au hasard parmi ceux de l'année 2018 et l'on considère les évènements suivants :

C : le client a choisi la formule « pension complète » ;

M: le client a choisi l'option « ménage ».

1. Recopier sur la copie et compléter l'arbre pondéré ci contre.



2. Calculer $P(C \cap M)$.
3. Montrer que la probabilité que le client ait réservé l'option ménage est égale à $0{,}56$.
4. Calculer la probabilité que le client ait choisi la formule « pension complète » sachant qu'il a réservé l'option ménage.
5. Voici la grille de tarifs de la résidence de vacances pour l'année 2018:

Une semaine de pension complète	800€
Une semaine de demi-pension	650€
Option ménage	50€

On note X la variable aléatoire égale au montant payé par un client de 2018.
Calculer $P(X = 850)$.