

# SUJET

## 2020-2021

# MATHÉMATIQUES

## Première **Spé Maths**

# ÉVALUATIONS COMMUNES

|  |  |
|--|--|
| Modèle CCYC : ©DNE   |  |
| Nom de famille (naissance) :<br><small>(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)</small>   |  |
| Prénom(s) :  |  |
| N° candidat :  | N° d'inscription :                         |
| <br><small>Liberté • Égalité • Fraternité<br/>RÉPUBLIQUE FRANÇAISE</small> | (Les numéros figurent sur la convocation.) |
| Né(e) le :   |  |

1.1

## ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU

**CLASSE :** Première

**E3C :**  E3C1  E3C2  E3C3

**VOIE :**  Générale  Technologique  Toutes voies (LV)

**ENSEIGNEMENT :** Spécialité « **Mathématiques** »

**DURÉE DE L'ÉPREUVE :** 2 heures

**CALCULATRICE AUTORISÉE :**  Oui  Non

**DICTIONNAIRE AUTORISÉ :**  Oui  Non

Ce sujet contient des parties à rendre par le candidat avec sa copie. De ce fait, il ne peut être dupliqué et doit être imprimé pour chaque candidat afin d'assurer ensuite sa bonne numérisation.

Ce sujet intègre des éléments en couleur. S'il est choisi par l'équipe pédagogique, il est nécessaire que chaque élève dispose d'une impression en couleur.

Ce sujet contient des pièces jointes de type audio ou vidéo qu'il faudra télécharger et jouer le jour de l'épreuve.

**Nombre total de pages :** 8



### Exercice 1 (5 points)

Ce QCM comprend 5 questions.

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

Les questions sont indépendantes.

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.

Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

#### Question 1

On considère la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = 2x^2 + 5x - 4$ .

La tangente à la courbe représentative de  $g$  au point d'abscisse 2 a pour équation :

|                   |                   |                   |                   |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| a) $y = 14x + 14$ | b) $y = 14x - 14$ | c) $y = 13x - 15$ | d) $y = 13x - 12$ |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|

#### Question 2

On se place dans un repère orthonormé du plan. On considère les points  $A(4; 8)$ ,  $B(9; 6)$  et  $D(2; 11)$ . Alors  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BD}$  est égal à :

|         |         |          |         |
|---------|---------|----------|---------|
| a) $-1$ | b) $11$ | c) $-31$ | d) $29$ |
|---------|---------|----------|---------|

Modèle CCYC : ©DNE

Nom de famille (naissance) :

(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

N° candidat :  N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation.)

Né(e) le :  /  /



1.1

### Question 3

Dans un repère orthonormé du plan, on considère la droite  $D$  d'équation

$3x - 4y + 5 = 0$ . La droite parallèle à  $D$  et passant par  $A(4; 8)$  a pour équation :

|                       |                      |                       |                      |
|-----------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|
| a) $4x + 3y - 40 = 0$ | b) $3x - 4y - 5 = 0$ | c) $3x - 4y + 20 = 0$ | d) $4x + 3y + 6 = 0$ |
|-----------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|

### Question 4

Soit  $(u_n)$  la suite géométrique de raison  $q = -1,2$  et de terme initial  $u_0 = 10$ . Alors :

|                          |                       |                      |                        |
|--------------------------|-----------------------|----------------------|------------------------|
| a) $0 < u_{3000} < 1000$ | b) $u_{3000} = -3590$ | c) $u_{3000} > 1000$ | d) $u_{3000} = -36000$ |
|--------------------------|-----------------------|----------------------|------------------------|

### Question 5

Soit  $(v_n)$  la suite définie par :  $v_0 = 1$  et  $v_{n+1} = 4v_n + 2$  pour tout entier  $n$ .

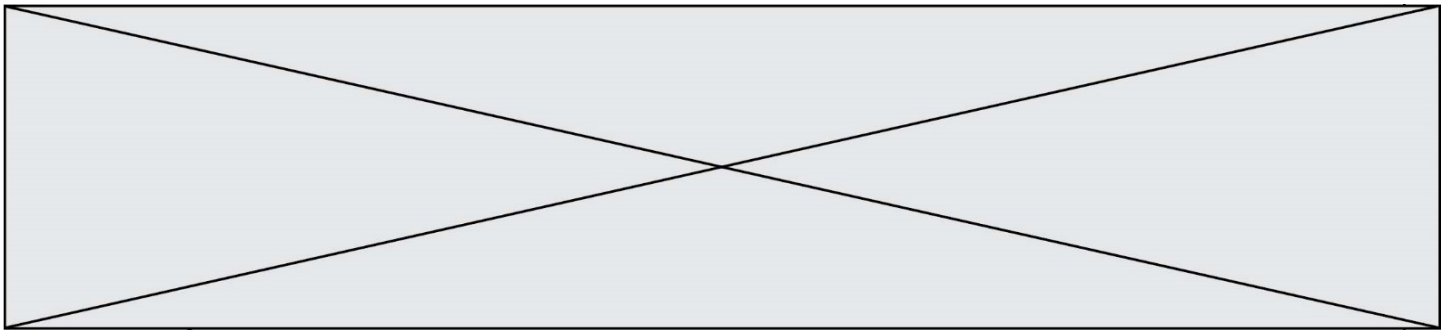
On veut déterminer la plus petite valeur de  $n$  telle que  $v_n$  est supérieur ou égal à 100 000. On réalise pour cela le programme incomplet ci-dessous écrit en langage

Python :

```
def algo( ) :
    v = 1
    n = 0
    while ..... :
        n = n+1
        v = 4* v + 2
    return(n)
```

Pour que le programme retourne la valeur demandée, il faut compléter la partie en pointillé par :

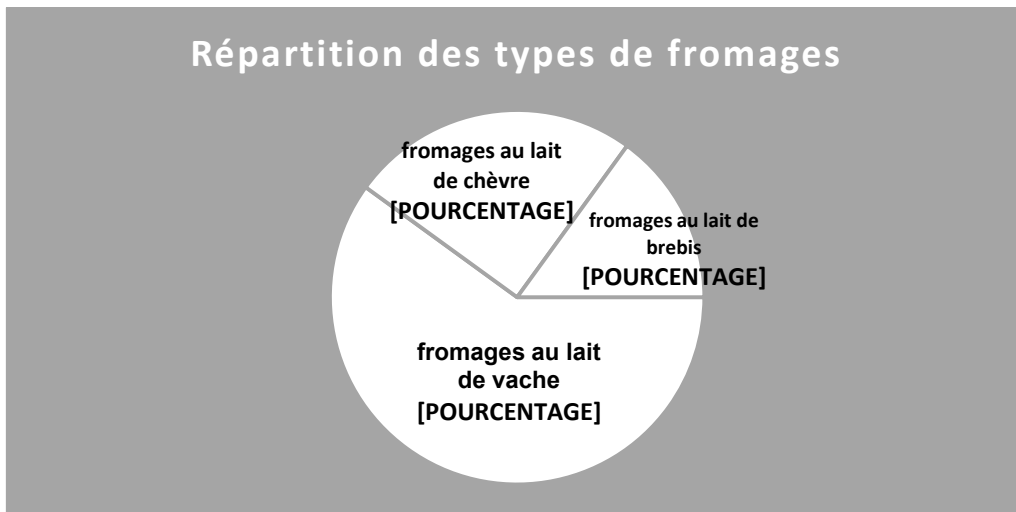
|                    |                    |                   |                   |
|--------------------|--------------------|-------------------|-------------------|
| a) $v == 100\ 000$ | b) $v != 100\ 000$ | c) $v > 100\ 000$ | d) $v < 100\ 000$ |
|--------------------|--------------------|-------------------|-------------------|



### Exercice 2 (5 points)

Un fromager fait l'inventaire des produits qu'il a en cave.

Le graphique ci-dessous indique la répartition de ses 3 types de fromages : au lait de chèvre, au lait de vache ou au lait de brebis.



Chacun de ses 3 types de fromages se partage en deux catégories : frais ou affiné. Le tableau suivant donne la répartition des fromages de chaque catégorie suivant leur affinage :

|                | frais | affiné |
|----------------|-------|--------|
| Lait de vache  | 20 %  | 80 %   |
| Lait de chèvre | 40 %  | 60 %   |
| Lait de brebis | 70 %  | 30 %   |

Le fromager prend un fromage au hasard. On note les événements suivants :

- V : « le fromage est fait avec du lait de vache » ;
- C : « le fromage est fait avec du lait de chèvre » ;
- B : « le fromage est fait avec du lait de brebis » ;
- F : « le fromage est frais » ;
- A : « le fromage est affiné ».

1) Donner les probabilités  $P_C(A)$  et  $P(B)$ .

2) Démontrer que  $P(A) = 0,675$ .

3) Le fromager prend au hasard un fromage affiné. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un fromage au lait de vache ? On donnera le résultat à  $10^{-3}$  près.

Modèle CCYC : ©DNE

Nom de famille (naissance) :

(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

N° candidat :  N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation.)

Né(e) le :  /  /

Liberté • Égalité • Fraternité  
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

1.1

### Exercice 3 (5 points)

#### Partie A

Étudier sur  $\mathbb{R}$  le signe de  $P(x) = -10x^2 - 40x + 120$ .

#### Partie B

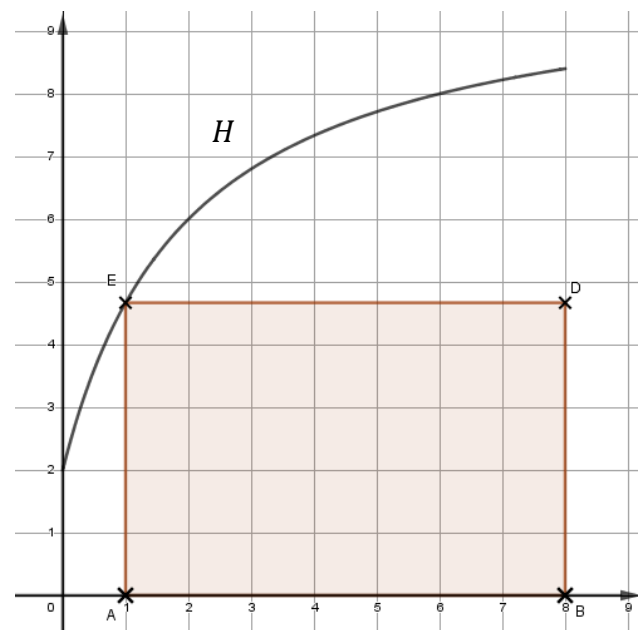
On se place dans un repère orthonormé. La courbe  $H$  représentée sur le graphique ci-dessous est l'ensemble des points de l'hyperbole d'équation :

$$y = \frac{10x + 4}{x + 2}$$

avec  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0; 8]$ .

Pour toute abscisse  $x$  dans l'intervalle  $[0; 8]$ , on construit le rectangle ABDE comme indiqué sur la figure. On donne les informations suivantes :

- A et B sont sur l'axe des abscisses ;
- A est d'abscisse  $x$  ;
- B et D ont pour abscisse 8 ;
- E appartient à la courbe  $H$  ;
- D et E ont la même ordonnée.



L'objectif de ce problème est de déterminer la ou les valeurs éventuelles  $x$  de l'intervalle  $[0; 8]$  correspondant à un rectangle ABDE d'aire maximale.


- 1) Déterminer l'aire du rectangle ABDE lorsque  $x = 0$ .
- 2) Déterminer l'aire du rectangle ABDE lorsque  $x = 4$ .



On définit la fonction  $f$  qui à tout réel  $x$  de  $[0; 8]$ , associe l'aire du rectangle ABDE.  
On admet que :

$$f(x) = \frac{-10x^2 + 76x + 32}{x + 2}$$

3) Répondre au problème posé.

|  |   |  |  |   |  |  |   |  |  |  |                    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|---|--|--|---|--|--|---|--|--|--|--------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| Modèle CCYC : ©DNE   |   |  |  |   |  |  |   |  |  |  |                    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Nom de famille (naissance) :<br><small>(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)</small>   |   |  |  |   |  |  |   |  |  |  |                    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Prénom(s) :  |   |  |  |   |  |  |   |  |  |  |                    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| N° candidat :  |   |  |  |   |  |  |   |  |  |  | N° d'inscription : |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| <br><small>Liberté • Égalité • Fraternité</small><br><small>RÉPUBLIQUE FRANÇAISE</small> | <small>(Les numéros figurent sur la convocation.)</small> |  |  |   |  |  |   |  |  |  |                    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | Né(e) le :  |  |  | / |  |  | / |  |  |  |                    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

1.1

### Exercice 4 (5 points)

On applique une tension sinusoïdale  $u$  aux bornes d'un circuit électrique comportant en série une résistance et une diode idéale.

Le temps  $t$  est exprimé en seconde.

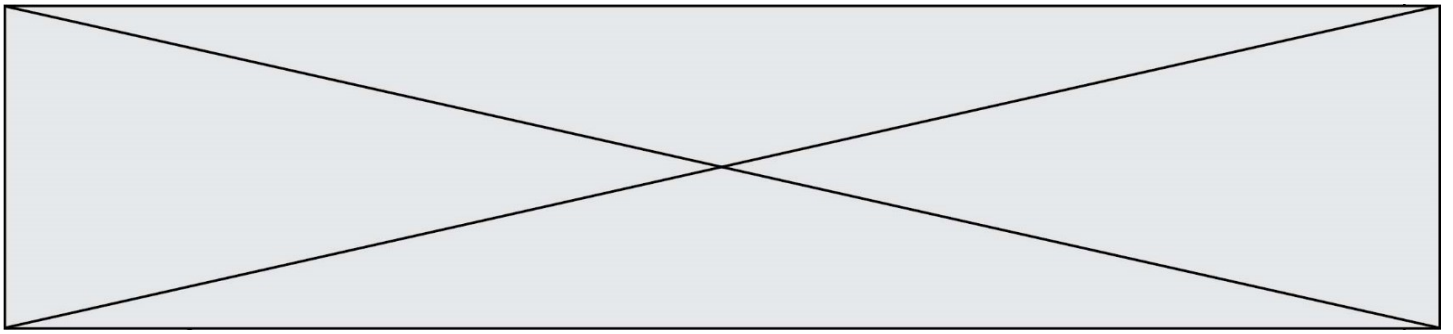
La tension est donnée par la fonction  $u$  définie pour tout réel  $t \geq 0$  par :

$$u(t) = \sqrt{3} \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

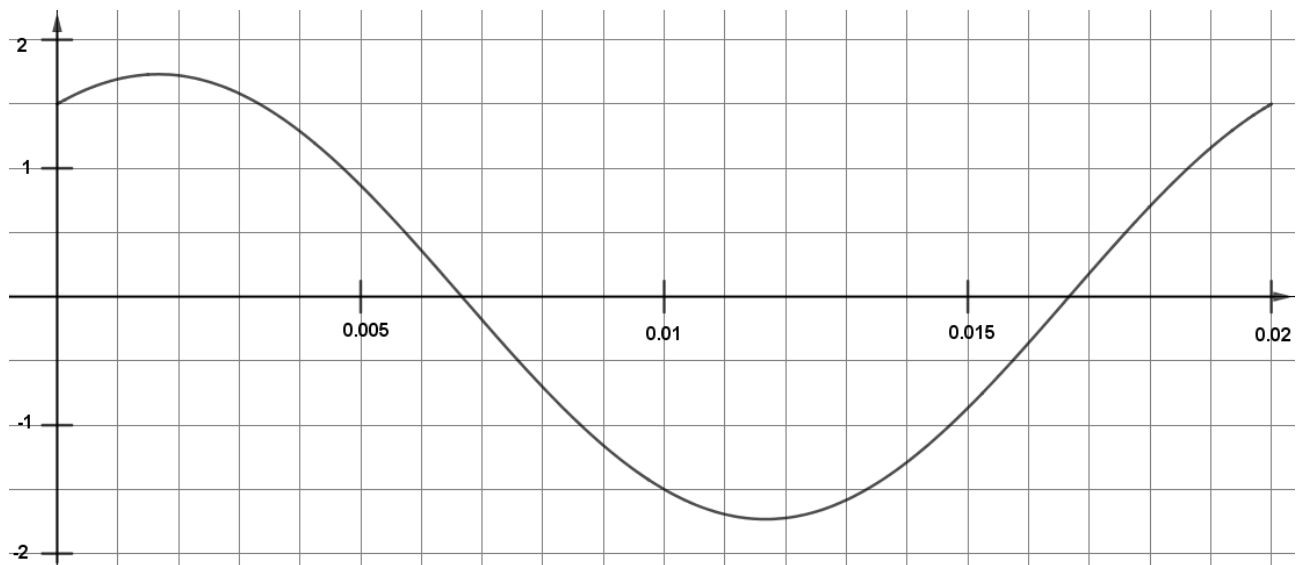
La diode est non passante si  $u(t) \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$  et elle est passante si  $u(t) > \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

- 1) La diode est-elle passante à l'instant  $t = 0$  ?
- 2) Calculer  $u\left(\frac{1}{100}\right)$ . Interpréter le résultat.
- 3) On admet que  $u\left(t + \frac{2}{100}\right) = u(t)$  pour tout  $t \geq 0$ . En déduire une propriété de la fonction  $u$ .





- 4) On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction  $u$  sur l'intervalle  $[0; 0,02]$  :



On cherche à savoir au bout de combien de temps la diode devient non passante pour la première fois.

- Conjecturer la solution du problème à l'aide du graphique.
- Calculer  $u(0,005)$  et conclure.