SUJET

2020-2021

MATHÉMATIQUES

Première **Spé Maths**

ÉVALUATIONS COMMUNES

Modèle CCYC : ©DNE
Nom de famille (naissance) :
(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

N° candidat :

N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : / /

1.1

ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU

CLASSE : Première

E3C : ☐ E3C1 ☒ E3C2 ☐ E3C3

VOIE : ☒ Générale ☐ Technologique ☐ Toutes voies (LV)

ENSEIGNEMENT : Spécialité « Mathématiques »

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 2 heures

CALCULATRICE AUTORISÉE : ☒Oui ☐ Non

DICTIONNAIRE AUTORISÉ : ☐Oui ☒ Non

☐ Ce sujet contient des parties à rendre par le candidat avec sa copie. De ce fait, il ne peut être dupliqué et doit être imprimé pour chaque candidat afin d'assurer ensuite sa bonne numérisation.

☐ Ce sujet intègre des éléments en couleur. S'il est choisi par l'équipe pédagogique, il est nécessaire que chaque élève dispose d'une impression en couleur.

☐ Ce sujet contient des pièces jointes de type audio ou vidéo qu'il faudra télécharger et jouer le jour de l'épreuve.

Nombre total de pages : 6

Exercice 1 (5 points)

Ce QCM comprend 5 questions indépendantes. Pour chacune d'elles, une seule des affirmations proposées est exacte.
Indiquer pour chaque question sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une absence de réponse n'apporte ni ne retire de point.

1. On considère la droite d dont une équation cartésienne dans un repère orthonormé est $2x - 3y + 4 = 0$.

- **a.** Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-6\\4\end{pmatrix}$.
- **b.** Un vecteur normal de d est $\vec{n}\begin{pmatrix}-12\\18\end{pmatrix}$.
- **c.** Le point $C(-5;2)$ appartient à la droite d.
- **d.** La droite d coupe la droite d'équation $-x + 3y - 2 = 0$ au point $F(1;2)$.

2. Dans un repère orthonormé le cercle $\mathcal{C}$ a pour équation $x^2 - 2x + y^2 + y = 3$ et la droite D pour équation $y = 1$.

- **a.** $\mathcal{C}$ et D n'ont aucun point d'intersection.
- **b.** $\mathcal{C}$ et D ont un seul point d'intersection.
- **c.** $\mathcal{C}$ et D ont deux points d'intersection.
- **d.** On ne peut pas savoir combien $\mathcal{C}$ et D ont de points d'intersection.

3. La fonction f est la fonction définie sur l'ensemble des réels par $f(x) = \cos(2x)$.

- **a.** f est paire.
- **b.** f est impaire.
- **c.** f n'est ni paire ni impaire.
- **d.** f a pour période $\frac{\pi}{2}$.

4. Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{2}{u_n}\right)$

On définit en langage Python une fonction « Suite » pour calculer u_n connaissant n.

a)
```
def suite(n):
  u=0
  for i in range (1,n+1):
    u=1/2*(u+2/u)
  return u
```

b)
```
def suite(n):
  u=1
  for i in range (1,n+1):
    u=1/2*(u+2/u)
  return n
```

c)
```
def suite(n):
  u=1
  for i in range (1,n+1):
    u=1/2*u+2/u
  return u
```

d)
```
def suite(n):
  u=1
  for i in range (1,n+1):
    u=1/2*(u+2/u)
  return u
```

5. L'équation $\mathrm{e}^x = 1$:

a. n'a pas de solution.

b. a pour solution le nombre 1.

c. a pour solution le nombre 0.

d. a pour solution le nombre e.

Exercice 2 (5 points)

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au centième.

Un gérant d'un salon de thé achète des boîtes de thé vert chez deux fournisseurs.
Il achète 80 % de ses boîtes chez le fournisseur « *Au thé de qualité »* et 20 % de ses boîtes chez le fournisseur « *Bon thé* ».
Des contrôles de qualité montrent que 10 % des boîtes provenant du fournisseur « *Au thé de qualité »* présentent des traces de pesticides et que 20 % de celles provenant du fournisseur « *Bon thé »* présentent aussi des traces de pesticides.
On prélève au hasard une boîte du stock du gérant et on considère les événements suivants :
A : « la boîte provient du fournisseur *« Au thé de qualité »* » ;
B : « la boîte provient du fournisseur *« Bon thé »* » ;
T : « la boîte présente des traces de pesticides ».

1. Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.

2. Quelle est la probabilité que la boîte prélevée provienne du fournisseur A et contienne des traces de pesticide ?

3. Que représente l'événement $B \cap \bar{T}$? Quelle est la probabilité de cet événement ?

4. Justifier que la probabilité que la boîte ne présente aucune trace de pesticides est égale à $0{,}88$.

5. On constate que la boîte prélevée présente des traces de pesticides. Quelle est la probabilité que cette boîte provienne du fournisseur « *Bon thé* » ?

Exercice 3 (5 points)

Un propriétaire propose à un commerçant deux types de contrat pour la location d'un local pendant 3 ans.
1er contrat : un loyer de 200 € pour le premier mois puis une augmentation de 5 € par mois jusqu'à la fin du bail.
2e contrat : un loyer de 200 € pour le premier mois puis une augmentation de 2% par mois jusqu'à la fin du bail.

On modélise ces deux contrats par des suites (u_n) et (v_n), de sorte que pour tout entier $n \geq 1$, le prix du loyer le n-ième mois avec le 1er contrat est représenté par u_n et le prix loyer le n-ième mois avec le 2e contrat est représenté par v_n.
On a ainsi $u_1 = v_1 = 200$.

1. Calculer, pour chacun des deux contrats, le loyer du deuxième mois puis le loyer du troisième mois.

2. Le commerçant a écrit un programme en langage Python qui lui permet de déterminer u_n et v_n pour une valeur donnée de n.

```
1  u=200
2  v=200
3  n=int(input("Saisir une valeur de n :"))
4  for i in range(1,n):
5    u= ....
6    v= ....
7  print("Pour n =",n,"on a","u =",u," et v =",v)
```

a) Recopier et compléter les lignes 5 et 6 de ce programme.

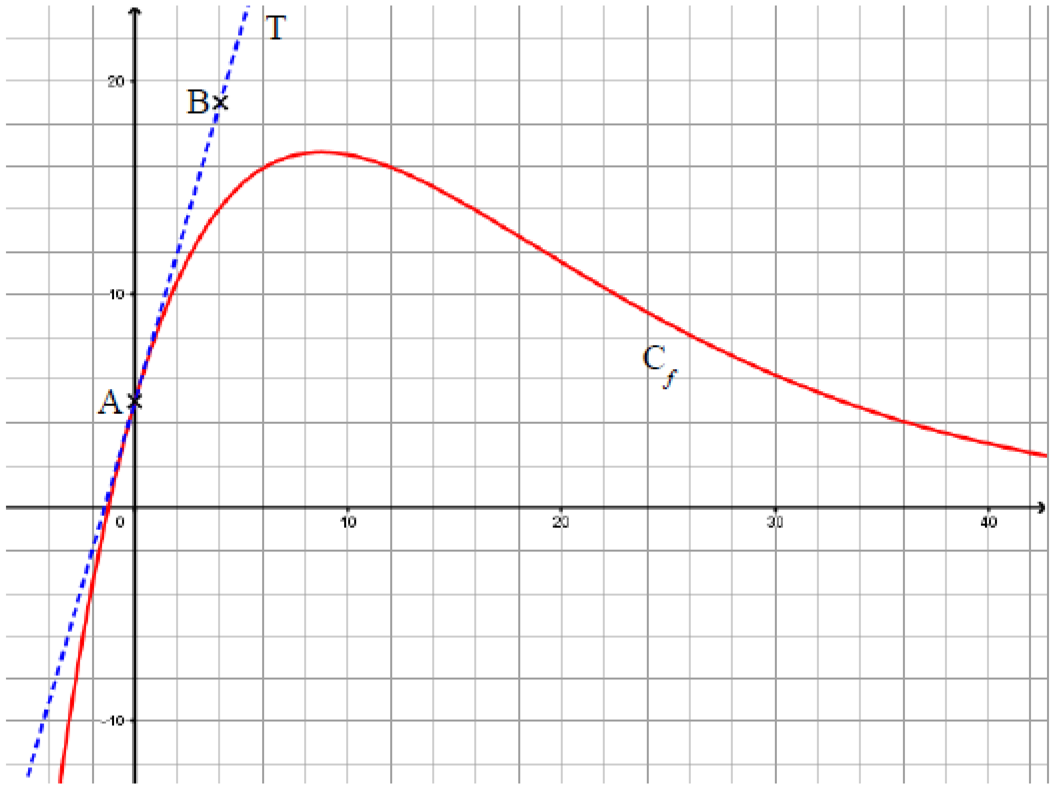
b) Quels nombres obtiendra-t-on avec $n = 4$?

3. Déterminer, pour tout entier $n \geq 1$, l'expression de u_n et de v_n en fonction de n.

4. Quel contrat coûtera le moins cher au total pour l'ensemble d'un bail de 3 ans ?

Exercice 4 (5 points)

On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = (ax + b)\mathrm{e}^{-0,1x}$ où a et b sont des réels fixés.
La courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f est donnée ci-dessous, dans un repère orthogonal.



On a également représenté la tangente T à $\mathcal{C}_f$ au point $A(0\,;5)$.
On admet que cette tangente T passe par le point $B(4\,;19)$.

1. En exprimant $f(0)$, déterminer la valeur de b.

2. a) À l'aide des coordonnées des points A et B, déterminer une équation de la droite T.

b) Exprimer, pour tout réel x, $f'(x)$ en fonction de x et de a et en déduire que pour tout réel x, $f(x) = (4x + 5)\mathrm{e}^{-0,1x}$.

3. On souhaite déterminer le maximum de la fonction f sur $\mathbf{R}$.

a) Montrer que pour tout $x \in \mathbf{R}$, $f'(x) = (-0,4x + 3,5)\mathrm{e}^{-0,1x}$.

b) Déterminer les variations de f sur $\mathbf{R}$ et en déduire le maximum de f sur $\mathbf{R}$.