SUJET

2020-2021

MATHÉMATIQUES

Première **Spé Maths**

ÉVALUATIONS COMMUNES

Modèle CCYC : ©DNE
Nom de famille *(naissance)* :
(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

N° candidat : N° d'inscription :

(Les numéros figurent sur la convocation.)

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

Né(e) le : / /

1.1

ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU

CLASSE : Première

E3C : ☐ E3C1 ☒ E3C2 ☐ E3C3

VOIE : ☒ Générale ☐ Technologique ☐ Toutes voies (LV)

ENSEIGNEMENT : Spécialité « Mathématiques »

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 2 heures

CALCULATRICE AUTORISÉE : ☒Oui ☐ Non

DICTIONNAIRE AUTORISÉ : ☐Oui ☒ Non

☐ Ce sujet contient des parties à rendre par le candidat avec sa copie. De ce fait, il ne peut être dupliqué et doit être imprimé pour chaque candidat afin d'assurer ensuite sa bonne numérisation.

☐ Ce sujet intègre des éléments en couleur. S'il est choisi par l'équipe pédagogique, il est nécessaire que chaque élève dispose d'une impression en couleur.

☐ Ce sujet contient des pièces jointes de type audio ou vidéo qu'il faudra télécharger et jouer le jour de l'épreuve.

Nombre total de pages : 5

Exercice 1 (5 points)

Ce QCM comprend 5 questions. Pour chacune des questions, **une seule** des quatre réponses proposées est correcte. Les questions sont **indépendantes.** Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée, cependant des traces de recherche au brouillon peuvent aider à trouver la bonne réponse. Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

Question 1

Pour tout réel x, l'expression $e^{x} \times e^{x+2}$ est égale à :

a) e^{2x+2}	**b)** e^{x^2+2}	**c)** $e^{\frac{x}{x+2}}$	**d)** e^{x^2+2x}

Question 2

Soit g une fonction définie et dérivable en 1. Dans un repère du plan, une équation de la tangente à la courbe de la fonction g au point d'abscisse 1 est :

a) $y = g(1) \times (x-1) - g'(1)$	**b)** $y = g'(1) \times (x-1) + g(1)$
c) $y = g'(1) \times (x+1) - g(1)$	**d)** $y = g(1) \times (x+1) + g'(1)$

Question 3

Le plan est muni d'un repère $(O\,;\vec{\imath}\,,\vec{\jmath})$. On considère la droite (d) de vecteur directeur $\vec{u}(4\,;7)$ et passant par le point A(-2 ; 3). Une équation cartésienne de la droite *(d)* est :

a)	**b)**	**c)**	**d)**
$-7x + 4y - 26 = 0$	$4x + 7y - 13 = 0$	$-7x + 4y + 26 = 0$	$4x - 7y + 29 = 0$

Question 4

t est un réel. On sait que $\cos(t) = \frac{2}{3}$. Alors $\cos(t + 4\pi) + \cos(-t)$ est égal à :

a) $-\frac{4}{3}$	**b)** 0	**c)** $\frac{4}{3}$	**d)** $\frac{2}{3}$

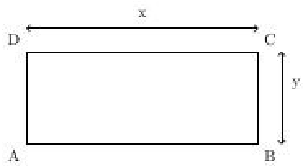
Question 5

On considère, dans un repère du plan, la parabole (P) d'équation :
$y = -x^2 + 6x - 9$. La parabole (P) admet :

a) aucun point d'intersection avec l'axe des abscisses	**b)** un seul point d'intersection avec l'axe des abscisses	**c)** deux points d'intersection avec l'axe des abscisses	**d)** trois points d'intersection avec l'axe des abscisses

Exercice 2 (5 points)

Dans cet exercice, les distances sont exprimées en mètres.
On considère un rectangle $ABCD$ d'aire 49 m² tel que $DC = x$ et $BC = y$.
On admet que les nombres x et y sont strictement positifs.



On souhaite déterminer les dimensions x et y pour que le périmètre de ce rectangle soit minimal.

1.

a. Montrer que le périmètre, en mètres, du rectangle $ABCD$ est égal à $2x + \frac{98}{x}$.

b. Calculer ce périmètre pour $x = 10$.

Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = 2x + \frac{98}{x}$.

On admet que f est dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$ et on note f' sa fonction dérivée.

2. Montrer que, pour tout $x > 0$,

$$f'(x) = \frac{2x^2 - 98}{x^2}.$$

3. Déterminer le tableau de variations de la fonction f sur $]0\,;+\infty[$.

4. En déduire les dimensions du rectangle d'aire 49 m² dont le périmètre est minimal.

Exercice 3 (5 points)

Un constructeur de véhicules fabrique deux types d'automobiles : « Citadine » ou « Routière ».

Pour ces véhicules, ce constructeur propose deux finitions :

- « Sport » au tarif de 2500 euros par véhicule,
- « Luxe » au tarif de 4000 euros par véhicule.

En consultant le carnet de commandes de ce constructeur, on recueille les indications suivantes :

- 80% des clients ont commandé une automobile « Citadine ». Les autres clients ont commandé une automobile « Routière ».
- Parmi les clients possédant une automobile « Citadine », 70% ont pris la finition « Sport ».
- Parmi les clients possédant une automobile « Routière », 60% ont pris la finition « Luxe ».

On choisit un client au hasard et on considère les évènements suivants :

- C : « Le client a commandé une automobile « Citadine » »,
- L : « Le client a choisi la finition « Luxe » ».

D'une manière générale, on note $\bar{A}$ l'évènement contraire d'un évènement A.

On note X la variable aléatoire qui donne le montant en euros de la finition choisie par un client.

1. Construire l'arbre pondéré de probabilité traduisant les données de l'exercice.

2. Calculer la probabilité que le client ait commandé une automobile « Citadine » et ait choisi la finition « Luxe », c'est-à-dire calculer $P(C \cap L)$.

3. Justifier que $P(L) = 0{,}36$.

4. La variable aléatoire X ne prend que deux valeurs a et b.

a. Déterminer les probabilités $P(X = a)$ et $P(X = b)$.

b. Déterminer l'espérance de X.

Exercice 4 (5 points)

Fanny est inscrite dans un club d'athlétisme. Elle pratique le penta bond (le penta bond est un enchaînement de cinq bonds après une course d'élan).
La première semaine d'entraînement, Fanny réalise un saut de 8 m.
Chaque semaine, la longueur de son saut augmente de 0,1 m.
Pour n entier naturel **non nul**, on note s_n la longueur, en mètres, de son saut la n-ième semaine d'entraînement.
Puisque lors de la première semaine d'entraînement, Fanny réalise un saut de 8 m, on a $s_1 = 8$.

1. Pour $n \geq 2$, on considère la fonction Python suivante.

```
def saut(n)
    s=8
    for k in range(2,n+1):
        s=s+0.1
    return s
```

a. Quelle valeur s est-elle renvoyée par la commande saut(4) ?
b. Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

2. Exprimer avec justification s_n en fonction de n pour n entier naturel **non nul**.

3. Pour être qualifiée à une compétition, Fanny doit faire un saut d'au moins 12 mètres.
a. À partir de quelle semaine, Fanny réalisera-t-elle un tel saut ?
b. Justifier votre réponse.