1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Évaluations Communes

Mathématiques

SUJET

2019 • 2020

Modèle CCYC : ©DNE
Nom de famille (naissance) :
(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)
Prénom(s) :
N° candidat : N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : / /
1.1

ÉPREUVES COMMUNES DE CONTRÔLE CONTINU

CLASSE : Première

E3C : ☐ E3C1 ☒ E3C2 ☐ E3C3

VOIE : ☒ Générale ☐ Technologique ☐ Toutes voies (LV)

ENSEIGNEMENT : Spécialité « Mathématiques »

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 2 heures

CALCULATRICE AUTORISÉE : ☒Oui ☐ Non

DICTIONNAIRE AUTORISÉ : ☐Oui ☒ Non

☐ Ce sujet contient des parties à rendre par le candidat avec sa copie. De ce fait, il ne peut être dupliqué et doit être imprimé pour chaque candidat afin d'assurer ensuite sa bonne numérisation.

☐ Ce sujet intègre des éléments en couleur. S'il est choisi par l'équipe pédagogique, il est nécessaire que chaque élève dispose d'une impression en couleur.

☐ Ce sujet contient des pièces jointes de type audio ou vidéo qu'il faudra télécharger et jouer le jour de l'épreuve.

Nombre total de pages : 5

Exercice 1 (5 points)

Ce QCM comprend 5 questions indépendantes. Pour chacune d'elles, une seule des réponses proposées est exacte.
Indiquer pour chaque question sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une absence de réponse n'apporte ni ne retire de point.

1. L'inéquation $-3(x-2)(x+1)>0$ admet pour ensemble des solutions :

a) [-1 ;2]	b) $]-\infty;-1[\cup[2;+\infty[$	c) $]-1\,;2[$	d) $]-\infty;-1[\cup]2;+\infty[$

2. Soit x un nombre réel. Le réel $\cos(x+3\pi)$ est égal à :

a) $\cos(x)$	b) $-\cos(x)$	c) $\sin(x)$	d) $-\sin(x)$

3. Dans un repère orthonormé, on considère la droite d passant par le point $A(1;2)$ et dont un vecteur normal est le vecteur $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$. Une équation de la droite d est :

a) $2x+3y-8=0$	b) $x+2y+4=0$	c) $2x-3y-4=0$	d) $y=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$

4. On considère la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x)=\frac{x^2}{x+1}$.
On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative sur $[0;+\infty[$.
Le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1 est :

a) $\frac{1}{2}$	b) $\frac{3}{4}$	c) $\frac{3}{2}$	d) 2

5. L'ensemble des points $M(x;y)$ dont les coordonnées vérifient l'équation $x^2-2x+y^2+4y=4$ est :

a) une droite	b) le cercle de centre $\mathrm{A}(1;-2)$ et de rayon 3	c) le cercle de centre $\mathrm{B}(-1;2)$ et de rayon 9	d) l'ensemble vide.

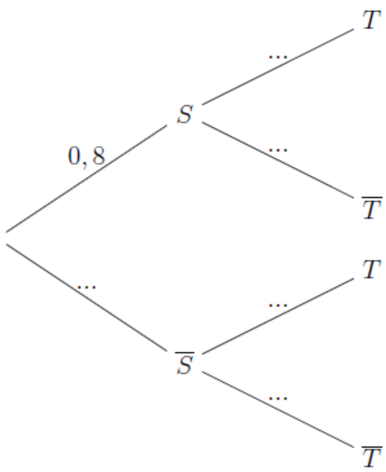
Exercice 2 (5 points)

Un snack propose deux types de plats : des sandwichs et des pizzas.
Le snack propose également plusieurs desserts.
La gérante constate que 80% des clients qui achètent un plat choisissent un sandwich et que parmi ceux-ci seulement 30% prennent également un dessert.
Elle constate aussi que 45 % des clients qui ont choisi une pizza comme plat ne prennent pas de dessert.

On choisit au hasard un client ayant acheté un plat dans ce snack.
On considère les évènements suivants :

S : « Le client interrogé a choisi un sandwich ».
T : « Le client interrogé a choisi un dessert ».

1. Sans justifier, recopier puis compléter l'arbre pondéré suivant :



2. Calculer la probabilité que le client ait choisi un sandwich et un dessert.

3. Démontrer que $P(T) = 0{,}35$.

4. Sachant que le client a acheté un dessert, quelle est la probabilité, arrondie à 0, 01 près, qu'il ait acheté une pizza ?

5. Les événements S et T sont-ils indépendants ?

Exercice 3 (5 points)

Désirant participer à une course de 150 km, un cycliste prévoit l'entraînement suivant :

- parcourir 30 km en première semaine ;
- chaque semaine qui suit, augmenter la distance parcourue de 9% par rapport à celle parcourue la semaine précédente.

On modélise la distance parcourue chaque semaine à l'entrainement par la suite (d_n) où d_n représente la distance en km parcourue pendant la n-ième semaine d'entraînement.
On a ainsi $d_1 = 30$.

1. Prouver que $d_3 = 35{,}643$.

2. Quelle est la nature de la suite (d_n) ? Justifier.

3. En déduire l'expression de d_n en fonction de n.

4. On considère la fonction définie de la façon suivante en langage Python.

```python
def distance(k):
    d=30
    n=1
    while d<=k:
        d=d*1.09
        n=n+1
    return n
```

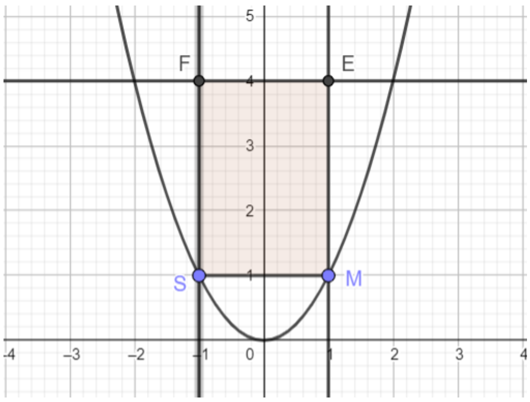
Quelle information est obtenue par le calcul de distance(150) ?

5. Calculer la distance totale parcourue par le cycliste pendant les 20 premières semaines d'entraînement.

Exercice 4 (5 points)

1. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0; 2]$ par $f(x) = 8x - 2x^3$.
   a. Montrer que pour tout réel x de $[0; 2]$, $f'(x)$ a le même signe que $4 - 3x^2$.
   b. Étudier les variations de la fonction f sur $[0\,;2]$.

2. Dans un repère orthonormal, on considère la parabole p d'équation $y = x^2$ et la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = 4$.
   On considère le rectangle MSFE tel que :
   - M un point de p dont l'abscisse x est un réel de $]0\,;2[$.
   - S est le symétrique de M par rapport à l'axe des ordonnées.
   - E et F sont respectivement les projetés orthogonaux de M et S sur la droite $\mathcal{D}$.



   a. Lorsque l'abscisse x du point M varie dans $]0\,;2[$, l'aire du rectangle MSFE est-elle constante ?
   b. Montrer que l'aire du rectangle MSFE en fonction de l'abscisse x de M est $8x - 2x^3$.
   c. Montrer que l'aire maximale du rectangle MSFE est $\frac{32}{3\sqrt{3}}$.