1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Taux de variation & Nombre dérivé

Correction

CALCUL D'ÉQUATIONS RÉDUITES DE TANGENTES !

CORRECTION

D'après le cours, nous savons que: **la tangente Δ en A $(a\,;\, f(a))$ a pour équation réduite** $y = f'(a)(x - a) + f(a)$.

1. $f(x) = 3x^2$, $f'(x) = 6x$ et $a = 1$:

- $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.
- f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(x) = 6x$.
- $f(a) = f(1) = 3$.
- $f'(a) = f'(1) = 6 =$ pente de la tangente Δ au point A.

D'où l'équation réduite de la tangente Δ au point A $(a\,;\, f(a))$ est:

$$y = 6(x - 1) + 3 \quad \textbf{cad} \quad y = 6x - 3.$$

Notons que le **coefficient directeur** de la tangente Δ au point A $(1\,;\,3)$ est égal à: $f'(1) = 6$.

2. $f(x) = 4x^3 - 6x + 3$, $f'(x) = 12x^2 - 6$ et $a = 2$:

- $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.
- f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(x) = 12x^2 - 6$.

• $f(a) = f(2) = 23$.

• $f'(a) = f'(2) = 42$ = pente de la tangente Δ au point A.

D'où l'équation réduite de la tangente Δ au point A $(a ; f(a))$ est:

$$y = 42(x-2) + 23 \text{ cad } y = 42x - 61.$$

Notons que le **coefficient directeur** de la tangente Δ au point A $(2 ; 23)$ est égal à: $f'(2) = 42$.

3. $f(x) = 3x - 21$, $f'(x) = 3$ et $a = 3$:

• $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.

• f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(x) = 3$.

• $f(a) = f(3) = -12$.

• $f'(a) = f'(3) = 3$ = pente de la tangente Δ au point A.

D'où l'équation réduite de la tangente Δ au point A $(a ; f(a))$ est:

$$y = 3(x-3) - 12 \text{ cad } y = 3x - 21.$$

Notons que le **coefficient directeur** de la tangente Δ au point A $(3 ; -12)$ est égal à: $f'(3) = 3$.

4. $f(x) = \frac{3}{x} + 10x$, $f'(x) = -\frac{3}{x^2} + 10$ et $a = 4$:

• $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}^*$.

• f est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ et $f'(x) = -\frac{3}{x^2} + 10$.

• $f(a) = f(4) = \frac{163}{4}$.

• $f'(a) = f'(4) = \frac{157}{160}$ = pente de la tangente Δ au point A.

D'où l'équation réduite de la tangente Δ au point A $(a ; f(a))$ est:

$$y = \frac{157}{160}(x - 4) + \frac{163}{4} \quad \text{cad} \quad y = \frac{157}{160}x + \frac{1573}{40}.$$

Notons que le **coefficient directeur** de la tangente Δ au point A $(5 ; \frac{163}{4})$

est égal à: $f'(4) = \frac{157}{160}$.

5. $f(x) = 3\sqrt{x} + x^4 - \frac{4}{x}$, $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}} + 4x^3 + \frac{4}{x^2}$ et $a = 5$:

• $\mathcal{D}_f =]0 ; +\infty[$.

• f est dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}} + 4x^3 + \frac{4}{x^2}$.

• $f(a) = f(5) = 3\sqrt{5} + 3124,2$.

• $f'(a) = f'(5) = \frac{3}{2\sqrt{5}} + 500,16$ = pente de la tangente Δ au point A.

D'où l'équation réduite de la tangente Δ au point A $(a ; f(a))$ est:

$$y = \left(\frac{3}{2\sqrt{5}} + 500,16\right)(x - 5) + (3\sqrt{5} + 3124,2)$$

$$\text{cad} \quad y = \left(\frac{3}{2\sqrt{5}} + 500,16\right)x + \left(3\sqrt{5} - \frac{15}{2\sqrt{5}} + 623,4\right).$$

Notons que le **coefficient directeur** de la tangente Δ au point

A $(5 ; 3\sqrt{5} + 3\,124{,}2)$ est égal à: $f'(5) = \frac{3}{2\sqrt{5}} + 500{,}16$.

6. $f(x) = \sqrt{10x+2} + \frac{1}{3x}$, $f'(x) = \frac{5}{\sqrt{10x+2}} - \frac{1}{3x^2}$ et $a = 6$:

- $\mathcal{D}_f = [-\frac{1}{5} ; 0[\cup]0 ; +\infty[$. $(10x + 2 \geqslant 0$ et $3x \neq 0)$

- f est dérivable sur $]-\frac{1}{5} ; 0[\cup]0 ; +\infty[$ et $f'(x) = \frac{5}{\sqrt{10x+2}} - \frac{1}{3x^2}$.

  $(10x + 2 > 0$ et $3x \neq 0)$

- $f(6) = \sqrt{62} + \frac{1}{18}$.

- $f'(a) = \frac{5}{\sqrt{62}} - \frac{1}{108}$ = pente de la tangente Δ au point A.

D'où l'équation réduite de la tangente Δ au point A $(a ; f(a))$ est:

$$y = \left(\frac{5}{\sqrt{62}} - \frac{1}{108}\right)(x-6) + \left(\sqrt{62} + \frac{1}{18}\right)$$

cad $y = \left(\frac{5}{\sqrt{62}} - \frac{1}{108}\right)x + \left(\sqrt{62} - \frac{30}{\sqrt{62}} + \frac{1}{9}\right)$.

Notons que le **coefficient directeur** de la tangente Δ au point A $(6 ; \sqrt{62} + \frac{1}{18})$

est égal à: $f'(6) = \frac{5}{\sqrt{62}} - \frac{1}{108}$.