

1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Taux de variation
&
Nombre dérivé

Correction

 www.freemaths.fr

CALCUL DE LA DÉRIVÉE DE $f(x) = \frac{1}{x}$

CORRECTION

Calculons $f'(x)$ quand $f(x) = \frac{1}{x}$:

Ici, il s'agit de calculer la dérivée de f , pour tout $x \in \mathbb{R}^*$.

D'après le cours: $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \tau(h) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$.

a. Le taux de variation entre x et $x+h$:

Ici: $x \in \mathbb{R}^*$ et $x+h \in \mathbb{R}^*$ ($h \neq 0$).

Dans ces conditions: $\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{\left(\frac{1}{x+h}\right) - \left(\frac{1}{x}\right)}{h}$

$$= \frac{x - (x+h)}{(x+h) \times x}$$

$$= \frac{-h}{x(x+h)}$$

$$= \frac{-1}{x(x+h)}$$

Ainsi, le taux de variation entre x et $x + h$ est: $\mathcal{T}(h) = \frac{-1}{x(x+h)}$.

b. Calculons la limite de $\mathcal{T}(h)$ quand h tend vers 0:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \mathcal{T}(h) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{x(x+h)} = \frac{-1}{x^2}.$$

D'où: $\lim_{h \rightarrow 0} \mathcal{T}(h) = \frac{-1}{x^2}.$

c. La dérivée de f , pour tout $x \in \mathbb{R}^*$:

Comme $\lim_{h \rightarrow 0} \mathcal{T}(h) = \frac{-1}{x^2}$ (nombre réel fini pour tout $x \in \mathbb{R}^*$): f est

dérivable sur \mathbb{R}^* et pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$.