1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Fonctions Polynômes

Correction

L'AIRE D'UN RECTANGLE

CORRECTION

1. Étudions les variations de f :

Ici: • $\mathcal{D}_f = [\,0\,;3\,]$,

• $\mathcal{D}_{f'} = [\,0\,;3\,]$ car f est dérivable sur $[\,0\,;3\,]$,

• pour tout $x \in [\,0\,;3\,]$, nous avons donc: $f'(x) = -3x^2 + 9$.

Nous savons que les racines de f' sont: $\sqrt{3}$ et $-\sqrt{3}$.

Or: • $x_1 = \sqrt{3} \in [\,0\,;3\,]$

• $x_2 = -\sqrt{3} \notin [\,0\,;3\,]$.

Distinguons 2 cas:

• $f'(x) \leqslant 0$ ssi $-3x^2 + 9 \leqslant 0$ cad ssi $x \in [\,\sqrt{3}\,;3\,]$

• $f'(x) \geqslant 0$ ssi $-3x^2 + 9 \geqslant 0$ cad ssi $x \in [\,0\,;\sqrt{3}\,]$.

Nous pouvons ainsi dresser le tableau de variations de f:

x	0		$\sqrt{3}$		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	a	↘	

, avec: • $a = f(\sqrt{3})$.

Ainsi: • f est croissante sur $[\,0\,;\sqrt{3}\,]$

• f est décroissante sur $[\,\sqrt{3}\,;3\,]$.

2. Pour quelle valeur de x l'aire du rectangle est-elle maximale ?

Ici, nous obtenons un seul extremum au point A d'abscisse $x = \sqrt{3}$.

Comme f est croissante sur $[\,0\,;\sqrt{3}\,]$ et décroissante sur $[\,\sqrt{3}\,;3\,]$,

l'extremum au point A d'abscisse $x = \sqrt{3}$ est: un maximum.

Donc l'aire du rectangle est maximale quand: $x = \sqrt{3}$.

3. Déterminons alors cette aire:

L'aire maximale du rectangle est égale à: $a = f\,(\sqrt{3}) = 6\,\sqrt{3}$.