

1re

MATHÉMATIQUES

Enseignement de Spécialité

Fonctions Polynômes

Correction

 www.freemaths.fr

DES TONNES DE BLÉ !

CORRECTION

1. Étudions les variations de la fonction π :

Ici: • $\mathcal{D}\pi = [0; 50]$,

• $\mathcal{D}\pi' = [0; 50]$ car π est dérivable sur $[0; 50]$,

• pour tout $x \in [0; 50]$, nous avons donc: $\pi'(x) = -3x^2 + 20x + 3000$.

Nous savons que les racines de π' sont:

Or: • $x_1 = \frac{10 + 10\sqrt{91}}{3}$

• $x_2 = \frac{10 - 10\sqrt{91}}{3}$.

Nous retiendrons uniquement x_1 , car: • $x_1 \in [0; 50]$

• $x_2 < 0$ et donc $x_2 \notin [0; 50]$

Distinguons 2 cas:

• $\pi'(x) \leq 0$ ssi $-3x^2 + 20x + 3000 \leq 0$ cad ssi $x \in [x_1; 50]$

• $\pi'(x) \geq 0$ ssi $-3x^2 + 20x + 3000 \geq 0$ cad ssi $x \in [0; x_1]$.

Nous pouvons ainsi dresser le tableau de variations de la fonction Π :

x	0	$x_1 = \frac{10 + 10\sqrt{91}}{3}$	50	
$\Pi'(x)$		+	0	-
$\Pi(x)$				

, avec: • $a = \Pi(x_1)$.

Ainsi: • Π est croissante sur $\left[0; \frac{10 + 10\sqrt{91}}{3}\right]$

• Π est décroissante sur $\left[\frac{10 + 10\sqrt{91}}{3}; 50\right]$.

2. Quelle quantité de blé l'entreprise doit-elle vendre pour réaliser un profit maximum ?

Ici, nous obtenons un seul extremum au point A d'abscisse $x = x_1 = \frac{10 + 10\sqrt{91}}{3}$.

Comme Π est croissante sur $[0; x_1]$ et décroissante sur $[x_1; 50]$,

l'extremum au point A d'abscisse $x = \frac{10 + 10\sqrt{91}}{3}$ est: un maximum.

Pour réaliser un profit maximum, l'entreprise doit donc vendre une quantité

de blé égale à: $x = \frac{10 + 10\sqrt{91}}{3}$ tonnes.

3. Déterminons alors le profit de l'entreprise:

Le profit maximum de l'entreprise sera alors de:

$$a = \pi \left(\frac{10 + 10\sqrt{91}}{3} \right) \text{ euros.}$$