

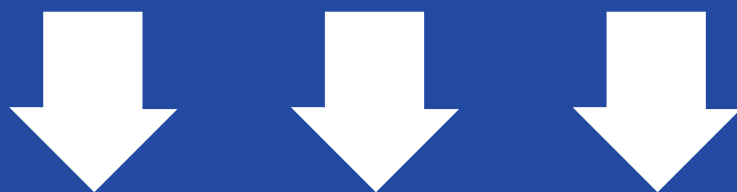
[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

1<sup>re</sup>

# Technologique Mathématiques

(STI2D et STL)

Trigonométrie :  
Généralités



**CORRIGÉ DE L'EXERCICE**

# SINUS $\frac{\pi}{5}$

## CORRECTION

Calculons  $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$ :

Nous savons que:  $\pi = 5 \times \frac{\pi}{5}$ .

Dans ces conditions:

$$\sin(\pi) = \sin\left(5 \times \frac{\pi}{5}\right) = 16 \sin^5\left(\frac{\pi}{5}\right) - 20 \sin^3\left(\frac{\pi}{5}\right) + 5 \sin\left(\frac{\pi}{5}\right).$$

Or:  $\sin(\pi) = 0$ .

D'où:  $16 \sin^5\left(\frac{\pi}{5}\right) - 20 \sin^3\left(\frac{\pi}{5}\right) + 5 \sin\left(\frac{\pi}{5}\right) = 0$

$$\Leftrightarrow 16 X^5 - 20 X^3 + 5 X = 0 \quad (1). \quad \left(\text{en posant } X = \sin\left(\frac{\pi}{5}\right)\right)$$

Comme  $X = \sin\left(\frac{\pi}{5}\right) > 0$ , l'équation (1) peut s'écrire:

$$16 X^4 - 20 X^2 + 5 = 0 \quad (2).$$

En posant:  $Z = X^2$ , (2)  $\Leftrightarrow 16 Z^2 - 20 Z + 5 = 0$  (3).

Le  $\Delta$  de l'équation (3) est:  $\Delta = (-20)^2 - 4 \times 16 \times 5 = 80 > 0$ .

Comme  $\Delta > 0$ , l'équation (3) admet deux racines distinctes:  $\bullet z_1 = \frac{5 - \sqrt{5}}{8}$   
 $\bullet z_2 = \frac{5 + \sqrt{5}}{8}$ .

$$\text{Or: } X^2 = Z \Leftrightarrow \begin{cases} X^2 = \frac{5 - \sqrt{5}}{8} \\ X^2 = \frac{5 + \sqrt{5}}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{8}} \text{ ou } X = -\sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{8}} \\ X = \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{8}} \text{ ou } X = -\sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{8}} \end{cases}$$

Nous devons donc choisir entre  $x = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{8}}$  et  $x = \sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{8}}$  car  $x > 0$ .

**Au total, nous retiendrons:**

$$x = \sin\left(\frac{\pi}{5}\right) = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{8}}, \text{ car } \frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{5} < \frac{\pi}{4} \text{ cad } \frac{1}{2} < \sin\left(\frac{\pi}{5}\right) < \frac{\sqrt{2}}{2}.$$