1re Technologique Mathématiques

(STI2D et STL)

Fonctions Cosinus & Sinus

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

TROUVONS a ET b DE sin (ax + b)

CORRECTION

1. Montrons que la fonction sin (ax+ b) est $\frac{2\pi}{a}$ - périodique:

D'après le cours, soient f une fonction définie sur I et $T > 0$ un nombre réel tel que si $x \in I$, alors $x + T \in I$.

f est dite périodique de période T si: $f(x + T) = f(x)$.

Ici: $\sin\left(a\left(x + \frac{2\pi}{a}\right) + b\right) = \sin\left(ax + a \cdot \frac{2\pi}{a} + b\right)$

$$= \sin(ax + 2\pi + b)$$

$$= \sin(ax + b + 2\pi)$$

$$= \sin(ax + b).$$

Ainsi, pour tout $x \in I\!R$ et $a \neq 0$: la fonction sin (ax + b) est périodique de période $\frac{2\pi}{a}$.

2. a. Déduisons-en a et b quand $T = 2$ et $f(0) = 1$:

Ici, $f(x) = \sin(ax + b)$ est 2-périodique avec $f(0) = 1$.

Dans ces conditions: • $\frac{2\pi}{a} = 2$ **cad** $a = \pi$.

• $f(0) = 1 \iff \sin(a \times 0 + b) = 1$

$\iff \sin(b) = 1$

$\iff b = \frac{\pi}{2}$.

Ainsi, pour tout $x \in \left[0; \frac{3\pi}{2}\right[$: $f(x) = \sin\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right)$.

2. b. Déduisons-en a et b quand $T = 8$ et $f(1) = \frac{\sqrt{2}}{2}$:

Ici, $f(x) = \sin(ax + b)$ est 8-périodique avec $f(1) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Dans ces conditions: • $\frac{2\pi}{a} = 8$ **cad** $a = \frac{\pi}{4}$.

• $f(1) = \frac{\sqrt{2}}{2} \iff \sin(a \times 1 + b) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\iff \sin\left(\frac{\pi}{4} + b\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\iff \sin\left(\frac{\pi}{4} + b\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$\iff \frac{\pi}{4} + b = \frac{\pi}{4}$

$\iff b = 0$.

Ainsi, pour tout $x \in \left[0 ; \frac{3\pi}{2} \right[$: $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$.