www.freemaths.fr

1^{re} Technologique Mathématiques

(STI2D et STL)

Équations & Inéquations Trigonométriques

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

ÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ ... 4

CORRECTION

1. Résolvons dans $\mathbb{R}$, l'équation $2\sin^2(x) - 3\sin(x) - 2 = 0$:

Soit l'équation: $2\sin^2(x) - 3\sin(x) - 2 = 0$ (1).

En posant $X = \sin(x)$, l'équation (1) devient: $2X^2 - 3X - 2 = 0$.

$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times (-2) = 25 = 5^2 > 0$.

Comme $\Delta > 0$, l'équation admet deux racines réelles distinctes qui sont:

$$X' = \frac{3-5}{4} = \frac{-1}{2} \quad \text{et} \quad X'' = \frac{3+5}{4} = 2.$$

Or d'après le cours: $\sin(x) \in [-1; 1]$.

Dans ces conditions, **X'' est à rejeter** et donc: $\sin(x) = \frac{-1}{2}$.

$$\sin(x) = \frac{-1}{2} \iff \sin(x) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\iff x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \quad \textbf{ou} \quad x = \pi - \frac{7\pi}{6} = \frac{-\pi}{6} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}.$$

Au total, comme $x \in \mathbb{R}$: • $x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$

ou , $k \in \mathbb{Z}$.

• $x = \frac{-\pi}{6} + 2k\pi$

2. Résolvons l'équation $2\sin^2(x) + (\sqrt{2} - 2)\sin(x) - \sqrt{2} = 0$, dans $I = [-\pi ; \pi]$:

Soit l'équation : $2\sin^2(x) + (\sqrt{2} - 2)\sin(x) - \sqrt{2} = 0$ (1).

En posant $X = \sin(x)$, l'équation (1) devient : $2X^2 + (\sqrt{2} - 2)X - \sqrt{2} = 0$.

$\Delta = (\sqrt{2} - 2)^2 - 4 \times 2 \times (-\sqrt{2}) = 2 + 4\sqrt{2} + 4 = (\sqrt{2} + 2)^2 > 0$.

Comme $\Delta > 0$, l'équation admet deux racines réelles distinctes qui sont :

$$X' = \frac{-(\sqrt{2} - 2) - (\sqrt{2} + 2)}{4} = \frac{-\sqrt{2}}{2} \quad \text{et} \quad X'' = \frac{-(\sqrt{2} - 2) + (\sqrt{2} + 2)}{4} = 1.$$

Dans ces conditions : $\sin(x) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$ ou $\sin(x) = 1$.

• $\sin(x) = \frac{-\sqrt{2}}{2} \iff \sin(x) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)$

$\iff x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$ ou $x = \pi - \frac{5\pi}{4} = \frac{-\pi}{4} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Comme $x \in]-\pi ; \pi]$, les solutions sont : $\frac{-3\pi}{4}$ et $\frac{-\pi}{4}$.

• $\sin(x) = 1 \iff \sin(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$$\iff x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \text{ ou } x = \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}.$$

Comme $x \in]-\pi ; \pi]$, la solution est: $\frac{\pi}{2}$.

En conclusion, les solutions dans $]-\pi ; \pi]$ sont: $\frac{-3\pi}{4}, \frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$.