INTERRO

MATHS

SUJET

PREMIÈRE
TECHNOLOGIQUE

PARTIE II

Calculatrice autorisée.
Cette partie est composée de trois exercices indépendants.

Exercice 2 (5 points)

Un laboratoire pharmaceutique souhaite tester le temps de réaction d'un nouvel antibiotique contre le bacille de Koch responsable de la tuberculose. Pour cela, on dispose d'une culture de 10^{10} bactéries dans laquelle on introduit l'antibiotique. On remarque que le nombre de bactéries est divisé par quatre toutes les heures.

Partie A

On a créé la feuille de calcul suivante donnant le nombre de bactéries au bout de n heures après la mise en culture :

	A	B
1	Nombre d'heures n	Nombre de bactéries
2	0	10^{10}
3	1	
4	2	

1. Quelle formule doit-on entrer dans la cellule B3, pour calculer le nombre de bactéries au bout d'une heure, de sorte qu'en recopiant cette formule vers le bas on puisse compléter les lignes suivantes ?

2. Sans la déterminer, que représente concrètement la valeur qu'il y aura dans la cellule B18 ?

Partie B

On note u_0 le nombre de bactéries au moment de l'introduction de l'antibiotique. Soit u_n le nombre de bactéries contenues dans la culture, n heures après l'introduction de l'antibiotique.

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n pour tout entier naturel n.

2. Quelle est la nature de cette suite ? Déterminer sa raison.

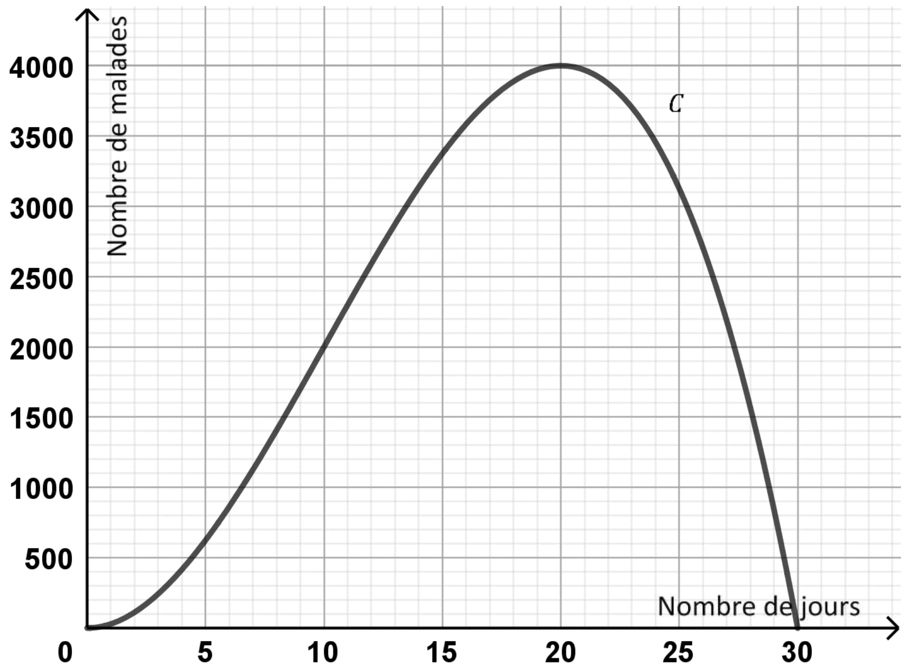
3. Recopier et compléter l'algorithme ci-contre en Python, qui donne le nombre d'heures à partir duquel le nombre de bactéries deviendra inférieur à 100.

```
def suite()
    U = 10^10
    while U … 100:
        U =…
        N =….
    return …
```


T1CMATH03633

Exercice 3 (5 points)

Une épidémie a frappé les habitants d'une ville.



La courbe ci-dessus, notée C, représente le nombre de personnes malades au cours du temps exprimé en jours, sur une période de 30 jours.

1. On répondra aux questions suivantes avec la précision permise par le graphique.

a. Déterminer le nombre de malades le cinquième jour.

b. Sur quel(s) intervalle(s) de temps, le nombre de malades est-il inférieur ou égale à 25 % de son maximum ?

2. On modélise le nombre de personnes malades en fonction du temps t, exprimé en jours, à l'aide de la fonction f définie sur [0 ; 30] par :

$$f(t) = -t^3 + 30t^2$$

a. On admet que la fonction f est dérivable sur $[0\,;30]$ et on désigne par f' sa dérivée. Montrer que $f'(t) = 3t(20 - t)$.

b. En déduire le tableau de variations de f sur $[0\,;30]$.

c. Calculer $f'(10)$ et en déduire l'équation réduite de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 10.

Exercice 4 (5 points)

On s'intéresse aux individus possédant les deux allèles d'un gène, notés A et a. L'allèle A est supposé dominant et l'allèle a récessif. Les deux allèles se répartissent le long du gène selon 4 configurations possibles : A-A, A-a, a-A et a-a. On admet que ces répartitions sont aléatoires et équiprobables.
Les individus dont le génotype contient au moins un allèle A, présentent l'expression dominante ; ceux de génotype aa présentent l'expression récessive.
On choisit un individu au hasard dans la population.
On note :

- E l'évènement « l'individu possède au moins un allèle a ».
- F l'évènement « l'individu présente l'expression récessive ».

1. Calculer les probabilités de E et de F.
2. Dans la population, on choisit un individu au hasard et on répète trois fois l'expérience de façon identique.
   On note X la variable aléatoire donnant le nombre d'individus présentant l'expression récessive.
   a. Montrer que $P(X = 3) = 0{,}015625$.
   b. Montrer que $P(X = 0) = 0{,}421875$.
   c. On donne la loi de probabilité de la variable aléatoire X :

k	0	1	2	3
$P(X = k)$	0,421875	0,421875	0,140625	0,015625

   Un couple a trois enfants. Est-il vrai qu'il y a plus de 60% de chance qu'au moins un des enfants présente l'expression récessive ?
   d. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat.