INTERRO

MATHS

SUJET

PREMIÈRE TECHNOLOGIQUE

PARTIE II

Calculatrice autorisée

Cette partie est composée de trois exercices indépendants.

Exercice 2 (5 points) :

En 2018, dans une commune, chaque habitant produit 580 kg de déchets ménagers en moyenne. Le maire met en place une campagne d'information afin d'inciter les habitants à les réduire. En 2019, il constate une diminution de 3 % de la quantité de déchets ménagers produits par habitant.

1. Calculer la quantité de déchets ménagers produits par habitant en 2019 dans cette commune.

2. Dans cette question, on suppose que cette diminution de 3 % se poursuit durant les années suivantes. On modélise cette situation par la suite (u_n) où u_n désigne la quantité, exprimée en kg, de déchets ménagers produits par habitant durant l'année $2018 + n$. On a ainsi $u_0 = 580$.

   a) Justifier que pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = 0{,}97\, u_n$.

   b) Le maire souhaite connaître dans combien d'années la quantité de déchets ménagers produits par habitant de sa commune passera en dessous de 500 kg.
   On lui propose un programme pour répondre à cette question.
   Recopier et compléter sur votre copie ce programme.

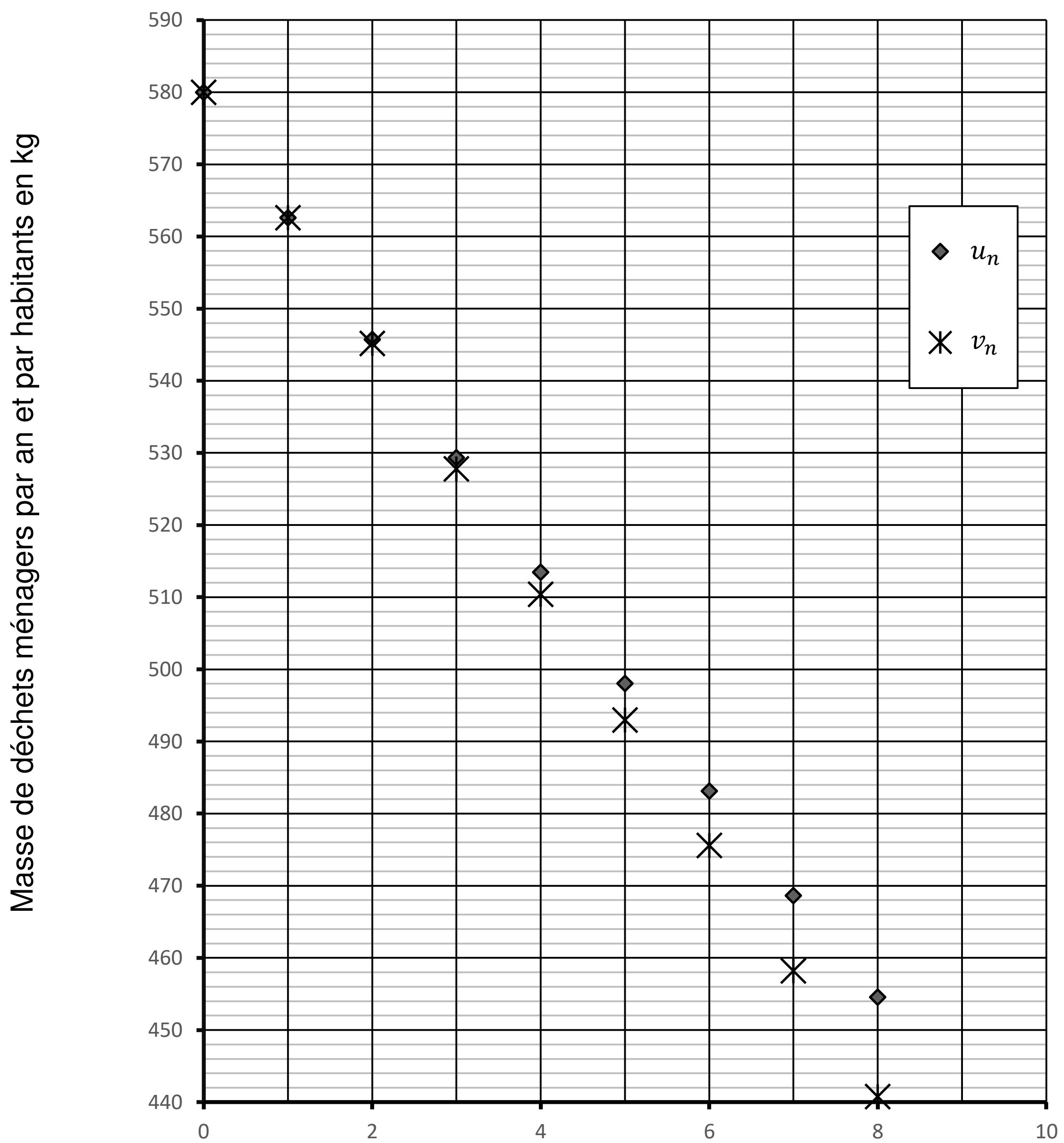
```
U = 580
N = 0
while   ......... :
      U = ........
      N = N + 1
```

3. Dans cette question, on suppose que la quantité de déchets ménagers produits par habitant diminue chaque année de 17,4 kg par habitant.
   On modélise alors cette situation par la suite (v_n), v_n représentant la quantité, exprimée en kg, de déchets ménagers produits par habitant durant l'année $2018 + n$.
   On a donc $v_0 = 580$.

Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n pour tout entier naturel n.

4. Ci-dessous figure le graphique représentant les quantités u_n et v_n de déchets ménagers produits par habitant.

   Déterminer graphiquement à partir de quelle année la production de déchets ménagers sera en dessous de 460 kg quel que soit le modèle considéré.



Modèle CCYC : ©DNE
Nom de famille *(naissance)* :
(Suivi s'il y a lieu, du nom d'usage)
Prénom(s) :
N° candidat :
N° d'inscription :
(Les numéros figurent sur la convocation.)
Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Né(e) le : / /
1.1

EXERCICE 3 : (5 POINTS)

À l'instant $t = 0$, une pierre est lancée vers le haut à partir du sommet d'une falaise située au bord de la mer. Elle finit sa course dans l'eau.
On modélise l'altitude (en mètres) de la pierre par rapport à la surface de l'eau en fonction du temps écoulé (en secondes) par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;2]$ par :

$$f(t) = 20 + 10t - 10t^2$$

$f(t)$ représente donc l'altitude de la pierre, exprimée en mètre, à l'instant t.

On note C_f la courbe représentative de f dans un repère orthogonal.

1. a) Montrer que, pour t appartenant à l'intervalle $[0\,;2]$, on a
$$f(t) = -10(t-2)(t+1)$$
   b) En déduire le nombre de secondes écoulées avant que la pierre ne touche la surface de l'eau, d'altitude égale à 0.

2. a) Déterminer $f'(t)$ pour $t \in [0\,;2]$, f' désignant la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0\,;2]$.
   b) Étudier le signe de f' sur l'intervalle $[0\,;2]$ et en déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;2]$.
   c) Déterminer l'altitude maximale atteinte par la pierre.

EXERCICE 4 : (5 POINTS)

Un jeu de rôle se joue à 12 joueurs. Chaque joueur se voit attribuer par une carte du jeu l'un des deux rôles : celui de loup-garou ou celui de villageois. Dans une partie, il y a 4 cartes loups-garous et 8 cartes villageois.
On s'intéresse, pour une partie, à l'attribution du rôle du premier joueur.
On considère que cette attribution se fait par le tirage au sort de l'une des douze cartes du jeu.

On note L l'événement : « le rôle du premier joueur est celui d'un loup-garou ».

1. Calculer la probabilité de l'événement L. On donnera le résultat sous la forme d'une valeur exacte.

On effectue 3 parties. Le rôle attribué au premier joueur pendant une partie n'a aucune incidence sur ceux attribués lors des parties suivantes.

2. Expliquer pourquoi on peut modéliser la succession des trois parties par une répétition de trois épreuves indépendantes de Bernoulli.
3. Représenter l'arbre de probabilités associé à cette modélisation.
4. On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de parties pour lesquelles le rôle attribué au premier joueur est celui d'un loup-garou.
   Préciser les valeurs prises par la variable X.
5. Calculer la probabilité que le rôle attribué au premier joueur pour ces trois parties ne soit jamais celui d'un loup-garou. *Les résultats seront donnés sous la forme d'une valeur exacte puis d'une valeur arrondie au centième.*