INTERRO

MATHS

SUJET

PREMIÈRE TECHNOLOGIQUE

PARTIE II

Calculatrice autorisée

Cette partie est composée de trois exercices indépendants.

Exercice 2 (5 points) :

Un nouveau virus informatique se propage. Le virus récupère le carnet d'adresses de l'utilisateur et envoie des messages qui, à leur tour, infectent de nouveaux ordinateurs.
Le premier jour, 45 000 ordinateurs d'un réseau sont infectés.

La société de sécurité informatique chargée de protéger ce réseau met à jour son antivirus. Chaque jour, elle parvient à nettoyer 15 % des machines infectées la veille.
Malheureusement, chaque jour, 10 000 nouveaux ordinateurs sont victimes de ce virus.

1. Justifier par le calcul que le nombre d'ordinateurs nettoyés le deuxième jour est de 6 750.

2. Justifier par le calcul que le nombre d'ordinateurs infectés le deuxième jour est de 48 250.

3. Pour tout entier n supérieur ou égal à 1, $u(n)$ représente le nombre d'ordinateurs infectés le n-ième jour. On a donc $u(1) = 45\,000$.

   a. La suite u est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier.

   b. Expliquer pourquoi, pour tout entier n supérieur ou égal à 1, on a : $u(n+1) = 0{,}85\,u(n) + 10\,000$

4. Les responsables de la société de sécurité informatique préparent une campagne de sensibilisation pour inciter les utilisateurs à recourir à un antivirus et ainsi éviter la propagation du virus.

   La société décide de lancer sa campagne lorsqu'au moins 65 000 ordinateurs seront infectés.

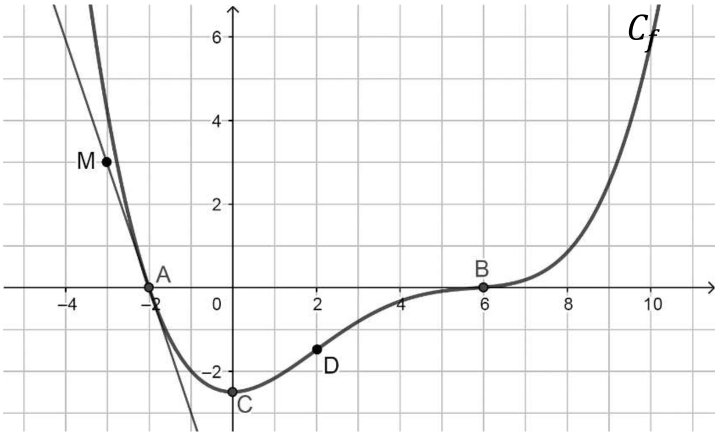
```
n=1
U=45000
while .................................. :
      n= ............................
      U= ............................
```

   Recopier et compléter l'algorithme ci-contre, afin qu'il affiche le jour du début de cette campagne de sensibilisation.

Exercice 3 : (5 points)

Soit f une fonction définie et dérivable sur **R**. On note $f\,'$ la fonction dérivée de la fonction f. On donne ci-dessous la courbe C_f représentant la fonction f.

La courbe C_f coupe l'axe des abscisses au point A$(-2\ ;\ 0)$. L'axe des abscisses est tangent à la courbe C_f au point B d'abscisse 6. La tangente à la courbe au point A passe par le point M$(-3\ ;\ 3)$. La courbe C_f admet une deuxième tangente parallèle à l'axe des abscisses au point C d'abscisse 0. De plus, D$(2\ ;\ -1{,}5) \in C_f$.

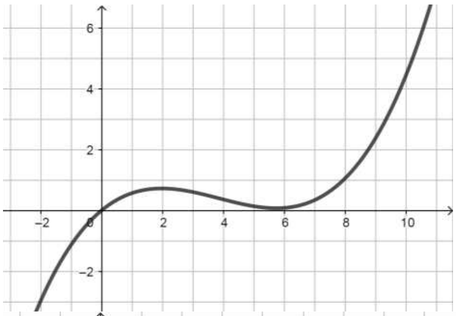


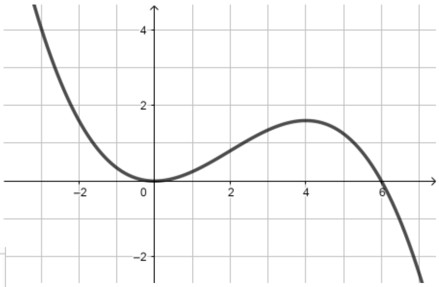
À partir du graphique et des données de l'énoncé, répondre aux questions suivantes :

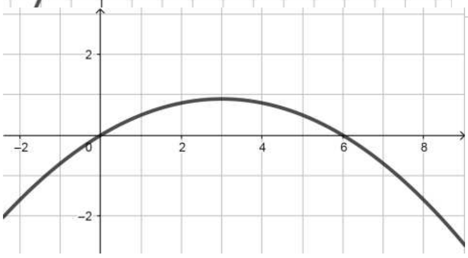
1. a. Déterminer $f\,'(-2)$.
   b. Déterminer les solutions de l'équation $f\,'(x) = 0$.

2. Dresser, sans justification, le tableau de variations de la fonction f sur **R**.

3. Une seule des trois courbes tracées ci-dessous est la représentation graphique de la fonction $f\,'$. Déterminer laquelle. Justifier la réponse.







Courbe 1 Courbe 2

Courbe 3

4. On donne $f\,'(2) = \frac{3}{4}$.

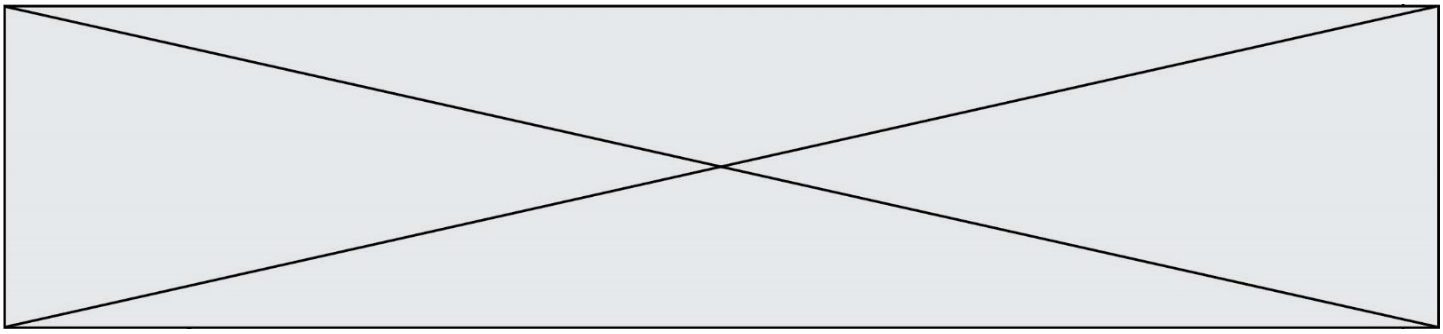
   Calculer les coordonnées du point d’intersection de la tangente à la courbe C_f au point D avec l’axe des abscisses.

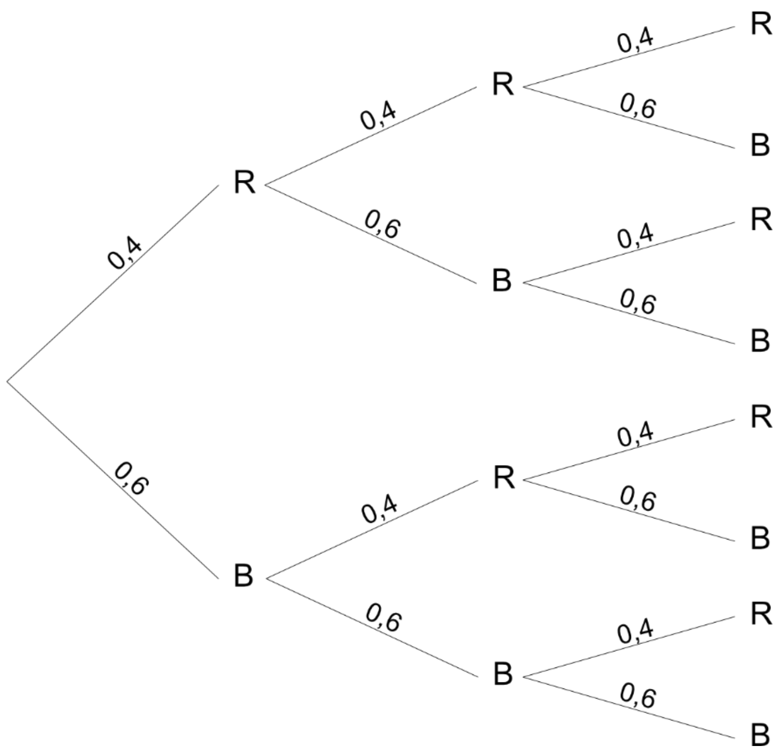
Exercice 4 : (5 points)

On considère une urne contenant six boules blanches et quatre boules rouges. Un jeu consiste à tirer une boule, noter sa couleur et la remettre dans l’urne et ceci trois fois. Pour chaque partie :

- si les trois boules tirées sont rouges, le joueur gagne 100 €,
- si exactement deux boules tirées sont rouges, il gagne 15 €,
- si une seule boule tirée est rouge il gagne 5 €,
- dans les autres cas, il ne gagne rien.

Soit X la variable aléatoire qui, à chaque partie, associe le gain du joueur en euro.
L’arbre pondéré suivant décrit cette situation. R est l’événement « la boule tirée est rouge », et B est l’événement « la boule tirée est blanche ».





1. a. Montrer que $P\,(X = 100) \;=\; 0{,}064$.
   b. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

2. a. Montrer que l'espérance mathématique de la variable aléatoire X est 12,88.
   b.Pour jouer une partie, le joueur doit payer 10 €. Ce jeu est-il favorable au joueur ? Expliquer.

3. Le jeu n'étant pas assez rentable pour l'organisateur, celui-ci envisage deux solutions :
   - soit augmenter le prix de chaque partie de 3 € et donc passer à 13 € ;
   - soit rester à 10 € mais diminuer chaque gain de 3 €, c'est-à-dire ne gagner que 97 €, 12 € ou 2 €.

Quelle est la solution la plus rentable pour l'organisateur ? Expliquer la démarche.