

www.freemaths.fr

1^{re}

Technologique Mathématiques

Suites Numériques



MINI COURS

A. Suites numériques :

1. Définition :

Une suite numérique (U_n) est une fonction qui, à tout entier naturel n , associe un nombre réel.

2. Remarques :

- L'ensemble de définition d'une suite est \mathbb{N} .
- U_n s'appelle le terme général de la suite (U_n) .

3. Suite définie explicitement :

- Une suite (U_n) est définie par une formule explicite lorsque U_n est exprimé à l'aide de l'entier n uniquement: $U_n = f(n)$.
- Un exemple ? La suite (U_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par: $U_n = 3^n$.
- f est une fonction définie sur $[0; +\infty[$.

4. Suite définie par récurrence :

- Une suite est définie par une relation de récurrence quand son premier terme (U_0) est donné et que l'on dispose d'une relation entre U_{n+1} et U_n .
- Un exemple ? La suite (U_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par:

$$\begin{cases} U_0 = 7 \\ U_{n+1} = 3 U_n + 6 \end{cases} .$$

5. Suite définie par un algorithme :

• Un exemple ?

def w (n):

w = 4

for i in range (1, n + 1):

w = 2 * w - 1

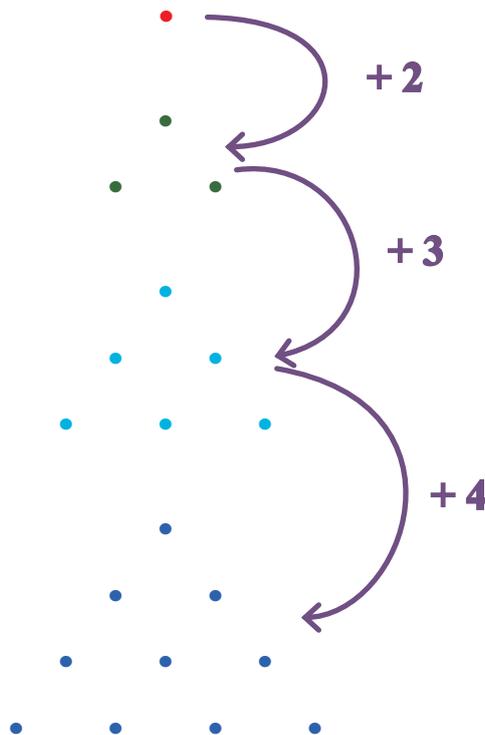
return (w)

• Cet algorithme correspond à une suite (w_n) définie par récurrence par :

$$\begin{cases} w_0 = 4 \\ w_{n+1} = 2 w_n - 1 \end{cases}, \text{ avec } n \in \mathbb{N}.$$

6. Suite définie par des motifs géométriques :

Un exemple ?



B. Sens de variation d'une suite :

1. Croissante, décroissante, constante :

- pour tout $n \in \mathbb{N}$, la suite (U_n) est croissante ssi : $U_{n+1} \geq U_n$,
- pour tout $n \in \mathbb{N}$, la suite (U_n) est décroissante ssi : $U_{n+1} \leq U_n$,
- pour tout $n \in \mathbb{N}$, la suite (U_n) est constante ssi : $U_{n+1} = U_n$.

2. Strictement croissante, strictement décroissante :

- pour tout $n \in \mathbb{N}$, la suite (U_n) est strictement croissante ssi : $U_{n+1} > U_n$,
- pour tout $n \in \mathbb{N}$, la suite (U_n) est strictement décroissante ssi : $U_{n+1} < U_n$.

3. Suite monotone :

- Une suite monotone est une suite qui est soit croissante, soit décroissante.
- Une suite strictement monotone est une suite qui est soit strictement croissante, soit strictement décroissante.

4. Comment montrer le sens de variation d'une suite ?

- On examine le signe de $U_{n+1} - U_n$.
- Dans le cas d'une suite à termes strictement positifs, on peut examiner le quotient $\frac{U_{n+1}}{U_n}$ et le comparer à 1.
- Lorsque $U_n = f(n)$, f étant une fonction définie sur $[0; +\infty[$ (ou un sous-ensemble de $[0; +\infty[$), les variations de la suite (U_n) suivent celles de f .

C. Notion de limite d'une suite :

1. Suite convergente :

La suite (U_n) est convergente et converge vers l ssi : $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = l$.

(l est un nombre fini qui doit être unique)

2. Suite divergente :

La suite (U_n) est divergente ssi : $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$ ou $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -\infty$.