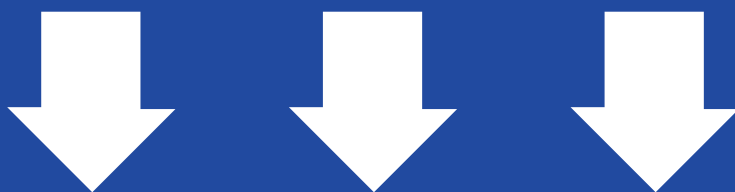


www.freemaths.fr

1^{re}

Technologique Mathématiques

Suites Numériques



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

MONOTONIE ET SUITES DÉFINIES PAR RÉCURRENCE

CORRECTION

1. a. Calculons U_1 et U_2 quand $U_{n+1} = U_n - 7$:

- $U_1 = 3,$
- $U_2 = -4.$

Ainsi: $U_0 = 10, U_1 = 3$ et $U_2 = -4.$

La suite (U_n) semble être décroissante.

1. b. Calculons U_1 et U_2 quand $U_{n+1} = 3 U_n$:

- $U_1 = 3,$
- $U_2 = 9.$

Ainsi: $U_0 = 1, U_1 = 3$ et $U_2 = 9.$

La suite (U_n) semble être croissante.

1. c. Calculons U_1 et U_2 quand $U_{n+1} = U_n - (n - 4)^2$:

- $U_1 = 20 - (0 - 4)^2$ cad $U_1 = 4,$
- $U_2 = 4 - (1 - 4)^2$ cad $U_2 = -5.$

Ainsi: $U_0 = 20$, $U_1 = 4$ et $U_2 = -5$.

La suite (U_n) semble être décroissante.

2. Étudions leur monotonie:

Cela revient à déterminer le sens de variation des suites (U_n) .

a. Quand $U_{n+1} = U_n - 7$ et $U_0 = 10$:

$$U_{n+1} - U_n = -7 < 0.$$

Ainsi: $U_{n+1} - U_n < 0$, et donc $U_{n+1} < U_n$.

La suite (U_n) est donc: strictement décroissante sur \mathbb{N} .

b. Quand $U_{n+1} = 3 U_n$ et $U_0 = 1$:

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} = 3 > 1.$$

Ainsi: $\frac{U_{n+1}}{U_n} > 1$, et donc $U_{n+1} > U_n$.

La suite (U_n) est donc: strictement croissante sur \mathbb{N} .

c. Quand $U_{n+1} = U_n - (n - 4)^2$ et $U_0 = 20$:

$$U_{n+1} - U_n = -(n - 4)^2 < 0, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

Ainsi: $U_{n+1} - U_n < 0$, et donc $U_{n+1} < U_n$.

La suite (U_n) est donc: strictement décroissante sur \mathbb{N} .