

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

1<sup>re</sup>

# Technologique Mathématiques

Suites Géométriques



**CORRIGÉ DE L'EXERCICE**

# UNE SUITE À PARTIR D'UNE SUITE...

2

## CORRECTION

1. Montrons que  $(V_n)$  est une suite géométrique:

Nous savons que pour tout entier naturel  $n$ : •  $U_{n+1} = \frac{1}{4} U_n + 2$ , avec  $U_0 = a > 7$

$$\bullet V_n = U_n - \frac{8}{3}$$

Dans ces conditions:  $U_{n+1} = \frac{1}{4} U_n + 2 \iff U_{n+1} - \frac{8}{3} = \left( \frac{1}{4} U_n + 2 \right) - \frac{8}{3}$

$$\iff V_{n+1} = \frac{1}{4} \left( U_n - \frac{8}{3} \right)$$

$$\iff V_{n+1} = \frac{1}{4} V_n.$$

Ainsi: la suite  $(V_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = \frac{1}{4}$  et de premier terme  $V_0 = U_0 - \frac{8}{3} = a - \frac{8}{3}$ .

2. Déduisons-en  $V_n$  et  $U_n$  en fonction de  $n$ :

a. En ce qui concerne  $(V_n)$ :

Comme  $(V_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = \frac{1}{4}$  et de premier terme

$$V_0 = a - \frac{8}{3}; \quad V_n = \left(a - \frac{8}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n, n \in \mathbb{N}.$$

**b. En ce qui concerne  $(U_n)$ :**

$$\text{Pour tout entier naturel } n: \quad V_n = U_n - \frac{8}{3} \iff U_n = V_n + \frac{8}{3}.$$

$$\text{D'où: } U_n = \left(a - \frac{8}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n + \frac{8}{3}, n \in \mathbb{N}.$$

**3. Les suites  $(V_n)$  et  $(U_n)$  sont-elles convergentes ? divergentes ?**

**a. En ce qui concerne  $(V_n)$ :**

$$\text{Pour tout entier naturel } n: \quad V_n = \left(a - \frac{8}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n.$$

$$\text{Or: } a > 7, \text{ et donc } V_0 = a - \frac{8}{3} > \frac{13}{3} > 0.$$

Comme  $V_0 > 0$  et  $q = \frac{1}{4} \in ]0, 1[$ , d'après le cours nous pouvons affirmer que: **la suite  $(V_n)$  est convergente.**

**b. En ce qui concerne  $(U_n)$ :**

$$\text{Pour tout entier naturel } n: \quad U_n = \left(a - \frac{8}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n + \frac{8}{3}.$$

$$\text{Dans ces conditions: } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(a - \frac{8}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n + \frac{8}{3}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} V_n + \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{8}{3}.$$

Or:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = 0$  car  $\frac{1}{4} \in ]0, 1[$ , et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{8}{3} = \frac{8}{3}$ .

D'où:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \frac{8}{3}$  et donc la suite  $(U_n)$  est convergente.