www.freemaths.fr

1re Technologique Mathématiques

Taux de Variation, Nombre Dérivé

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL DE LA DÉRIVÉE DE $f(x)=\sqrt{x}$

CORRECTION

Calculons $f'(x)$ quand $f(x)=\sqrt{x}$:

Ici, il s'agit de calculer la dérivée de f, pour tout $x \in]0;+\infty[$.

D'après le cours: $f'(x)=\lim\limits_{h\to 0} \tau(h)=\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$.

a. Le taux de variation entre x et $x+h$:

Ici: $x \in]0;+\infty[$ et $x+h \in]0;+\infty[$ $(h \neq 0)$.

Dans ces conditions: $\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}=\dfrac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}$

$$=\frac{(\sqrt{x+h}-\sqrt{x})\times(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}{h\times(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}$$

$$=\frac{(x+h)-(x)}{h\times(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}$$

$((a-b)\times(a+b)=a^2-b^2)$

$$=\frac{1}{(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}.$$

Freemaths : Tous droits réservés

Ainsi, le taux de variation entre x et $x+h$ est: $\tau(h) = \dfrac{1}{(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}$.

b. Calculons la limite de $\tau(h)$ quand h tend vers 0:

$$\lim_{h\to 0} \tau(h) = \lim_{h\to 0} \frac{1}{(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})} = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

D'où: $\lim\limits_{h\to 0} \tau(h) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

c. La dérivée de f, pour tout $x \in]0;+\infty[$:

Comme $\lim\limits_{h\to 0} \tau(h) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ (nombre réel fini pour tout $x \in]0;+\infty[$):

f est dérivable sur $]0;+\infty[$ et pour tout $x \in]0;+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

Freemaths : Tous droits réservés