www.freemaths.fr

1re Technologique Mathématiques

Études de Fonctions

MINI COURS

A. Dérivée d'une fonction:

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

- **f est dérivable sur un intervalle I lorsque f admet un nombre dérivé pour tout réel x de I, noté $f'(x)$.**
- **La fonction dérivée de f sur I est notée: f'.**

B. Tableau des dérivées:

Fonction	Domaine de définition	Domaine de dérivabilité	Fonction dérivée
$f(x) = k$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = 0$
$f(x) = m \cdot x + p$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = m$
$f(x) = x$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = 1$
$f(x) = x^2$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = 2x$
$f(x) = x^n$ $(n \in \mathbb{N}^*)$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = n \cdot x^{(n-1)}$
$f(x) = a \cdot x^n + b$ $(n \in \mathbb{N}^*)$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x) = a \cdot n \cdot x^{(n-1)}$

Freemaths : Tous droits réservés

C. Sens de variation d'une fonction:

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.

- f est croissante sur I ssi: $f'(x) \geqslant 0$
- f est strictement croissante sur I ssi: $f'(x) > 0$
- f est décroissante sur I ssi: $f'(x) \leqslant 0$
- f est strictement décroissante sur I ssi: $f'(x) < 0$
- f est constante sur I ssi: $f'(x) = 0$.

D. Extremum:

1. Définition:

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

f admet un extremum sur I si f admet un maximum ou un minimum sur I.

2. Propriété:

- Soit f une fonction dérivable sur] a ; b [et x_0 un réel de cet intervalle.

  Si f admet un maximum local ou un minimum local en x_0, alors: $f'(x) = 0$.

- Dans ce cas, la tangente à la courbe au point $(x_0 ; f(x_0))$ est horizontale.

3. Tableau de variations et extremum:

Soit] a ; b [un intervalle contenant " c ".

- Le point C $(c ; f(c))$ est un minimum local:

Freemaths : Tous droits réservés

x	a		c		b
$f'(x)$		−	0	+	
$f(x)$		↘	$f(c)$	↗	

• **Le point C (c ; $f(c)$) est un maximum local:**

x	a		c		b
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$		↗	$f(c)$	↘	

4. Polynômes du second degré et extremum:

Soit f une fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par:

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ avec } a \neq 0.$$

• **Si $a > 0$, le point $A\left(-\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$ est un minimum global:**

x	$-\infty$		$\left(-\frac{b}{2a}\right)$		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	
$f(x)$		↘	$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	↗	

Freemaths : Tous droits réservés

• **Si $a < 0$, le point $A\left(-\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$ est un maximum global:**

x	$-\infty$	$\left(-\frac{b}{2a}\right)$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	−
$f(x)$	↗	$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	↘

Freemaths : Tous droits réservés