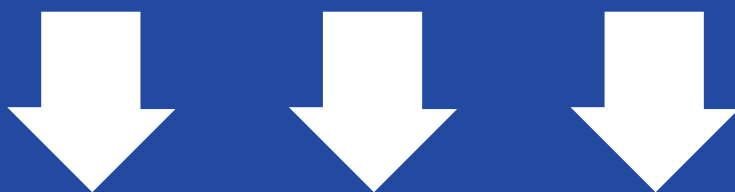


www.freemaths.fr

1<sup>re</sup>

# Technologique Mathématiques

Études de Fonctions



**CORRIGÉ DE L'EXERCICE**

# LES COURGETTES

## CORRECTION

1. Vérifions que le bénéfice  $B(x)$  est  $B(x) = -x^3 + 15x^2 + 72x + 650$ :

- Nous savons que:
- le prix d'une tonne de courgettes est de 150 €
  - le coût total de production est  $C(x) = x^3 - 15x^2 + 78x - 650$ .

De plus, le bénéfice réalisé par la vente de  $x$  tonnes de courgettes est:

$$\begin{aligned} B(x) &= R(x) - C(x) \\ &= \text{Recette totale} - \text{Coût total.} \end{aligned}$$

- Or:
- $R(x) = P \times x$  cad  $R(x) = 150 \times x$
  - $C(x) = x^3 - 15x^2 + 78x - 650$ .

$$\begin{aligned} \text{D'où: } B(x) &= 150x - (x^3 - 15x^2 + 78x - 650) \\ &= -x^3 + 15x^2 + 72x + 650. \end{aligned}$$

Ainsi, pour tout  $x \in [0; 16]$ , nous avons bien:  $B(x) = -x^3 + 15x^2 + 72x + 650$ .

2. Calculons  $B'$ :

La fonction  $B$  est dérivable sur  $[0; 16]$ .

D'où, nous pouvons calculer  $B'$  sur  $[0; 16]$ :

$$B'(x) = -3x^2 + 30x + 72, \text{ pour tout } x \in [0; 16].$$

Ainsi, la dérivée de la fonction  $B$ , pour tout  $x \in [0; 16]$  est:

$$B'(x) = -3x^2 + 30x + 72.$$

3. Montrons que  $B'(x) = -3(x+2)(x-12)$  pour tout  $x \in [0; 16]$ :

$$\begin{aligned} \text{Pour tout } x \in [0; 16]: \quad & -3(x+2)(x-12) = -3(x^2 - 12x + 2x - 24) \\ & = -3x^2 + 36x - 6x + 72 \\ & = -3x^2 + 30x + 72 \\ & = B'(x). \end{aligned}$$

Donc pour tout  $x \in [0; 16]$ , nous avons bien:  $B'(x) = -3(x+2)(x-12)$ .

4. a. Étudions le signe de  $B'(x)$  sur  $[0; 16]$ :

- Distinguons 3 cas:
- $B'(x) > 0$  ssi  $x \in [0; 12[$
  - $B'(x) = 0$  ssi  $x = 12$ , car  $x \in [0; 16]$
  - $B'(x) < 0$  ssi  $x \in ]12; 16]$ .

Ainsi le signe de  $B'$  sur  $[0; 16]$  est:

- strictement positif sur  $[0; 12[$
- nul si  $x = 12$
- strictement négatif sur  $]12; 16]$ .

4. b. Déduisons-en le tableau de variation de la fonction  $B$ :

Nous avons le tableau de variation suivant:

$x$	0	12	16
$B'(x)$	+	0	-
$B(x)$	$a$	$b$	$c$

, avec:

- $a = B(0) = 650$
- $b = B(12) = 1946$
- $c = B(16) = 1546$ .

Ainsi:

- $f$  est croissante sur  $[0; 12]$
- $f$  est décroissante sur  $[12; 16]$ .

5. Déterminons la quantité de courgettes permettant à l'entreprise de dégager un bénéfice maximal et calculons ce bénéfice:

La fonction  $f$  est croissante sur  $[0; 12]$  et décroissante sur  $[12; 16]$ .

Elle présente donc un maximum quand:  $x = 12$  tonnes de courgettes.

$B(12) = b = 1946$  €.

Ainsi, le bénéfice sera maximal quand la production de courgettes sera de 12 tonnes et le profit réalisé sera de 1946 €.