1^re^ Technologique Mathématiques

Études de Fonctions

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

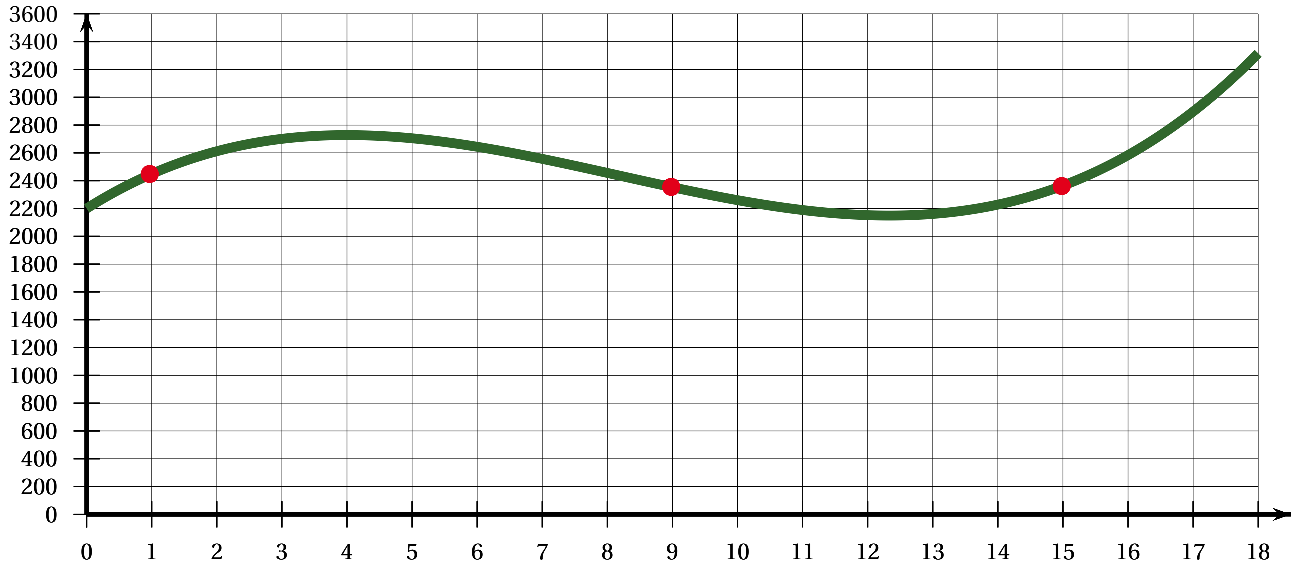
LE PRIX DE L'IMMOBILIER

CORRECTION

1. a. Par lecture graphique, donnons les solutions de l'équation $f(x) = 2\,400$:

A l'aide du graphique, $f(x) = 2\,400$ quand : $x \approx 1$, $x \approx 9$, et $x \approx 15$.

Ainsi, les solutions de l'équation $f(x) = 2\,400$ sont : 1, 9 et 15.



1. b. Interprétons :

Cela signifie que prix du mètre carré sera de 2 400 € en : 2001, 2009 et 2015.

2. Déterminons la dérivée f' de la fonction f :

La fonction f est dérivable sur $[0; 18]$, avec : $f(x) = 2x^3 - 49x^2 + 296x + 2200$.

D'où, nous pouvons calculer f' sur $[0; 18]$:

$$f'(x) = 6x^2 - 98x + 296, \text{ pour tout } x \in [0; 18].$$

La dérivée de la fonction f, pour tout $x \in [0; 18]$ est donc :

$$f'(x) = 6x^2 - 98x + 296.$$

3. a. Montrons que $f'(x) = (x - 4)(6x - 74)$:

Pour tout $x \in [0; 18]$: $(x - 4)(6x - 74) = 6x^2 - 74x - 24x + 296$

$$= 6x^2 - 98x + 296$$

$$= f'(x).$$

Donc pour tout $x \in [0; 18]$, nous avons bien : $f'(x) = (x - 4)(6x - 74)$.

3. b. Résolvons l'équation $f'(x) = 0$:

$f'(x) = 0 \iff (x - 4)(6x - 74) = 0 \iff x_1 = 4$ ou $x_2 = \dfrac{37}{3}$.

Les solutions de l'équation $f'(x) = 0$ sont donc : 4 et $\dfrac{37}{3}$.

3. c. Interprétons les solutions de $f'(x) = 0$:

D'une part, $x_1 = 4$ et $x_2 = \dfrac{37}{3}$ sont les 2 racines de l'équation $f'(x) = 0$.

D'autre part, nous savons que :

- le nombre dérivé en un point est égal au coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f en ce point,

- si le nombre dérivé est nul, c'est que le coefficient directeur est nul et qu'ainsi la tangente à la courbe est horizontale.

Donc ici, cela signifie que la tangente à la courbe est horizontale aux points d'abscisses 4 et $\frac{37}{3}$.

3. d. Dressons le tableau de variations de f:

Étape 1: on détermine le signe de f'.

f' admet donc 2 racines: $x_1 = 4$ et $x_2 = \frac{37}{3}$.

D'où le tableau de signe de f' sur $[0; 18]$ est:

x	0		4		$\frac{37}{3}$		18
$x - 4$		$-$	0	$+$		$+$	
$6x - 74$		$-$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ainsi le signe de f' sur $[0; 18]$ est:
- strictement positif sur $[0; 4[\cup]\frac{37}{3}; 18]$
- nul si $x = 4$ ou $x = \frac{37}{3}$
- strictement négatif sur $]4; \frac{37}{3}[$.

Étape 2: on dresse le tableau de variations de f.

Le tableau de variations de f sur $[0; 18]$ est le suivant:

x	0		4		$\frac{37}{3}$		18
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	a	↗	b	↘	c	↗	d

, avec:

- $a = 2200$
- $b = 2728$
- $c = 2149$
- $d = 3316$.

Ainsi:

- f est croissante sur $[0; 4]$
- f est décroissante sur $\left[4; \frac{37}{3}\right]$
- f est croissante sur $\left[\frac{37}{3}; 18\right]$.