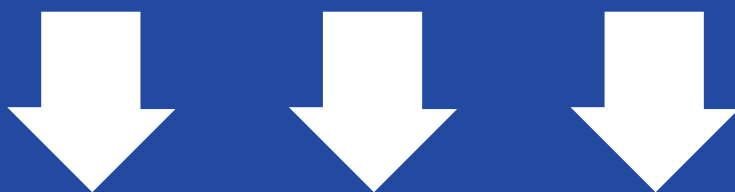


[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

1<sup>re</sup>

# Technologique Mathématiques

Études de Fonctions



**CORRIGÉ DE L'EXERCICE**

## LA NOTE SUR 20

### CORRECTION

1. a. Déterminons la note de service obtenue au bout d'une année:

Il s'agit de calculer  $f(1)$ , avec pour tout  $x \in [0; 5]$ :  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ .

$$\begin{aligned} f(1) &= (1)^3 - 6 \times (1)^2 + 9 \times (1) \\ &= 4 \text{ sur } 20. \end{aligned}$$

Ainsi, le service obtient au bout de 1 an la note de: 4 sur 20.

1. b. Montrons que le service donne pleine satisfaction au bout de 5 ans:

Pour répondre à cette question, nous devons calculer  $f(5)$ .

$$\begin{aligned} \text{Ici: } f(5) &= (5)^3 - 6 \times (5)^2 + 9 \times (5) \\ &= 125 - 6 \times 25 + 45 \\ &= 20 \text{ sur } 20. \end{aligned}$$

Ainsi, au bout de 5 ans, le service donne pleine satisfaction car sa note est de: 20 sur 20.

2. a. Calculons  $f'$  sous forme développée:

La fonction  $f$  est dérivable sur  $[0; 5]$ .

D'où, nous pouvons calculer  $f'$  sur  $[0; 5]$ :  $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ .

La dérivée de la fonction  $f$ , pour tout  $x \in [0; 5]$ , est donc:

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9.$$

2. b. Montrons que  $f'(x) = 3(x-1)(x-3)$ :

Pour tout  $x \in [0; 5]$ :  $3(x-1)(x-3) = 3(x^2 - 3x - x + 3)$

$$= 3x^2 - 12x + 9$$

$$= f'(x).$$

Donc pour tout  $x \in [0; 5]$ , nous avons bien:  $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ .

2. c. Dressons le tableau de variations de  $f$  sur  $[0; 5]$ :

Étape 1: on détermine le signe de  $f'$ .

$f'$  admet donc 2 racines:  $x_1 = 1$  et  $x_2 = 3$ .

D'où le tableau de signe de  $f'$  sur  $[0; 5]$  est:

$x$	0	1	3	5	
$(x-1)$	-	0	+	+	
$(x-3)$	-	-	0	+	
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Ainsi le signe de  $f'$  sur  $[0; 5]$  est:

- strictement positif sur  $[0; 1[ \cup ]3; 5]$
- nul si  $x = 1$  ou  $x = 3$
- strictement négatif sur  $]1; 3[$ .

**Étape 2:** on dresse le tableau de variation de  $f$ .

Le tableau de variation de  $f$  sur  $[0; 5]$  est le suivant:

$x$	0	1	3	5	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$					

Diagram illustrating the variation of  $f(x)$  on  $[0; 5]$ . The function is increasing on  $[0; 1]$ , decreasing on  $[1; 3]$ , and increasing on  $[3; 5]$ . The values  $a, b, c, d$  are marked at the boundaries of these intervals.

, avec:

- $a = 0$
- $b = 4$
- $c = 0$
- $d = 20$ .

Ainsi:

- $f$  est croissante sur  $[0; 1]$
- $f$  est décroissante sur  $[1; 3]$
- $f$  est croissante sur  $[3; 5]$ .