www.freemaths.fr

1re Technologique Mathématiques

Études de Fonctions

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

L'ÉPIDÉMIE

CORRECTION

1. Déterminons le nombre de personnes malades prévu au bout de 20 jours:

Pour répondre à cette question, nous devons calculer $f(20)$ avec:

$$f(t) = 45t^2 - t^3, \text{ pour tout } t \in [\,0\,;\,45\,].$$

$$f(20) = 45 \times (20)^2 - (20)^3$$

$$= 10000 \text{ malades.}$$

Ainsi, au bout de 20 jours, le nombre de personnes malades sera de: 10000.

2. Montrons que pour tout $t \in [\,0\,;\,45\,]$, $f'(t) = 3t\,(30 - t)$:

La fonction f est dérivable sur $[\,0\,;\,45\,]$.

D'où, nous pouvons calculer f' sur $[\,0\,;\,45\,]$:

$$f'(t) = 90t - 3t^2$$

$$= 3t\,(30 - t), \text{ pour tout } t \in [\,0\,;\,45\,].$$

La dérivée de la fonction f, pour tout $t \in [\,0\,;\,45\,]$, est donc: $f'(t) = 3t\,(30 - t)$.

3. Déterminons le signe de f' sur $[\,0\,;\,45\,]$:

Distinguons 3 cas: • $f'(t) > 0$ ssi $t \in]\,0\,;30\,[$

• $f'(t) = 0$ ssi $t = 0$ ou $t = 30$

• $f'(t) < 0$ ssi $t \in]\,30\,;\,45\,]$.

Ainsi le signe de f' sur $[\,0\,;\,45\,]$ est: • strictement positif sur $]\,0\,;30\,[$

• nul si $t = 0$ ou $t = 30$

• strictement négatif sur $]\,30\,;\,45\,[$.

4. Dressons le tableau de variation de f sur $[\,0\,;\,45\,]$:

Le tableau de variation de f sur $[\,0\,;\,45\,]$ est le suivant:

t	0		30		45
$f'(t)$	0	+	0	-	
$f(t)$	a	↗	b	↘	c

, avec: • $a = f(0) = 0$
• $b = f(30) = 13500$
• $c = f(45) = 0$.

5. Déterminons le jour où le nombre de personnes malades est maximal et précisons ce nombre:

La fonction f est croissante sur $[\,0\,;30\,]$ et décroissante sur $[\,30\,;\,45\,]$.

Elle présente donc un maximum quand: $t = 30$ jours.

$f(30) = b = 13500$ malades.

Ainsi, c'est au bout de 30 jours que le nombre de personnes malades sera maximal et ce dernier sera de 13500 malades.