1re Technologique Mathématiques

Dérivées de Fonctions

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL DE DÉRIVÉES 4

CORRECTION

D'après le cours, nous savons que:

- Si $f(x) = |x|$, $\mathcal{D}_f = IR$, $\mathcal{D}_{f'} =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ et:

$$f'(x) = \begin{cases} -1 \text{ pour } x < 0 \\ 1 \text{ pour } x > 0 \end{cases}.$$

- $f(x) = m \cdot x + p$ est dérivable sur IR et: $f'(x) = m$.

- La fonction valeur absolue n'est pas dérivable en " 0 ".

1. Calculons la dérivée de $f(x) = |2x|$:

- L'ensemble de définition de f ?

$\mathcal{D}_f = IR$.

- L'ensemble de dérivabilité de f ?

Distinguons deux cas:

- Si $2x < 0$ cad $x < 0$, f s'écrit: $f(x) = -2x$;
- Si $2x > 0$ cad $x > 0$, f s'écrit: $f(x) = 2x$.

Donc f est dérivable sur: $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ et: $D_{f'} =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$.

• **Dans ces conditions, pour tout $x \in]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$:**

$$f'(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } x < 0 \\ 2 & \text{si } x > 0 \end{cases}.$$

2. Calculons la dérivée de $f(x) = |3x|$:

• **L'ensemble de définition de f ?**

$\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.

• **L'ensemble de dérivabilité de f ?**

Distinguons deux cas:

• Si $3x < 0$ cad $x < 0$, f s'écrit: $f(x) = -3x$;

• Si $3x > 0$ cad $x > 0$, f s'écrit: $f(x) = 3x$.

Donc f est dérivable sur: $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ et: $\mathcal{D}_{f'} =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$.

• **Dans ces conditions, pour tout $x \in]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$:**

$$f'(x) = \begin{cases} -3 & \text{si } x < 0 \\ 3 & \text{si } x > 0 \end{cases}.$$

3. Calculons la dérivée de $f(x) = -|7x|$:

• **L'ensemble de définition de f ?**

$\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.

• **L'ensemble de dérivabilité de f ?**

Distinguons deux cas:

- Si $7x < 0$ cad $x < 0$, f s'écrit: $f(x) = -(-7x) = 7x$;
- Si $7x > 0$ cad $x > 0$, f s'écrit: $f(x) = -(7x) = -7x$.

Donc f est dérivable sur: $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ et: $\mathcal{D}_{f'} =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$.

- **Dans ces conditions, pour tout $x \in]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$:**

$$f'(x) = \begin{cases} 7 \text{ si } x < 0 \\ -7 \text{ si } x > 0 \end{cases}.$$

4. Calculons la dérivée de $f(x) = -|-4x|$:

- **L'ensemble de définition de f ?**

$\mathcal{D}_f = IR$.

- **L'ensemble de dérivabilité de f ?**

Distinguons deux cas:

- Si $-4x < 0$ cad $x > 0$, f s'écrit: $f(x) = -(4x) = -4x$;
- Si $-4x > 0$ cad $x < 0$, f s'écrit: $f(x) = -(-4x) = 4x$.

Donc f est dérivable sur: $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ et: $\mathcal{D}_{f'} =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$.

- **Dans ces conditions, pour tout $x \in]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$:**

$$f'(x) = \begin{cases} 4 \text{ si } x < 0 \\ -4 \text{ si } x > 0 \end{cases}.$$

5. Calculons la dérivée de $f(x) = |x + 3|$:

- **L'ensemble de définition de f ?**

$\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.

• **L'ensemble dérivabilité de f ?**

Distinguons deux cas:

• Si $x + 3 < 0$ cad $x < -3$, f s'écrit: $f(x) = -(x + 3) = -x - 3$;

• Si $x + 3 > 0$ cad $x > -3$, f s'écrit: $f(x) = x + 3 = x + 3$.

Donc f est dérivable sur: $]-\infty; -3[\cup]-3; +\infty[$ et: $\mathcal{D}_{f'} =]-\infty; -3[\cup]-3; +\infty[$.

• **Dans ces conditions, pour tout $x \in]-\infty; -3[\cup]-3; +\infty[$:**

$$f'(x) = \begin{cases} -1 \text{ si } x < -3 \\ 1 \text{ si } x > -3 \end{cases}.$$

6. Calculons la dérivée de $f(x) = |6x - 6|$:

• **L'ensemble de définition de f ?**

$\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.

• **L'ensemble dérivabilité de f ?**

Distinguons deux cas:

• Si $6x - 6 < 0$ cad $x < 1$, f s'écrit: $f(x) = -(6x - 6) = -6x + 6$;

• Si $6x - 6 > 0$ cad $x > 1$, f s'écrit: $f(x) = 6x - 6 = 6x - 6$.

Donc f est dérivable sur: $]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ et: $\mathcal{D}_{f'} =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$.

• **Dans ces conditions, pour tout $x \in]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$:**

$$f'(x) = \begin{cases} -6 \text{ si } x < 1 \\ 6 \text{ si } x > 1 \end{cases}.$$

7. Calculons la dérivée de $f(x) = -9\,|4 - 8x|$:

• L'ensemble de définition de f ?

$\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.

• L'ensemble dérivabilité de f ?

Distinguons deux cas:

• Si $4 - 8x < 0$ cad $x > \frac{1}{2}$, f s'écrit: $f(x) = -9\,(-(4 - 8x)) = -72x + 36$;

• Si $4 - 8x > 0$ cad $x < \frac{1}{2}$, f s'écrit: $f(x) = -9\,(4 - 8x) = 72x - 36$.

Donc f est dérivable sur: $\left]-\infty ; \frac{1}{2}\right[\cup \left]\frac{1}{2} ; +\infty\right[$ et: $\mathcal{D}_{f'} = \left]-\infty ; \frac{1}{2}\right[\cup \left]\frac{1}{2} ; +\infty\right[$.

• Dans ces conditions, pour tout $x \in \left]-\infty ; \frac{1}{2}\right[\cup \left]\frac{1}{2} ; +\infty\right[$:

$$f'(x) = \begin{cases} 72 \text{ si } x < \frac{1}{2} \\ -72 \text{ si } x > \frac{1}{2} \end{cases}.$$

8. Calculons la dérivée de $f(x) = 5\,|-10x - 5|$:

• L'ensemble de définition de f ?

$\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.

• L'ensemble dérivabilité de f ?

Distinguons deux cas:

- Si $-10x-5<0$ cad $x>-\frac{1}{2}$, f s'écrit: $f(x)=5(-(-10x-5))=50x+25$;
- Si $-10x-5>0$ cad $x<-\frac{1}{2}$, f s'écrit: $f(x)=5(-10x-5)=-50x-25$.

Donc f est dérivable sur: $]-\infty;-\frac{1}{2}[\cup]-\frac{1}{2};+\infty[$ et: $\mathcal{D}_{f'}=]-\infty;-\frac{1}{2}[\cup]-\frac{1}{2};+\infty[$.

- **Dans ces conditions, pour tout $x\in]-\infty;-\frac{1}{2}[\cup]-\frac{1}{2};+\infty[$:**

$$f'(x)=\begin{cases}-50 \text{ si } x<-\frac{1}{2}\\ 50 \text{ si } x>-\frac{1}{2}\end{cases}.$$

9. **Calculons la dérivée de $f(x)=-21|-2x-8|$:**

- **L'ensemble de définition de f ?**

$\mathcal{D}_f=\mathbb{R}$.

- **L'ensemble dérivabilité de f ?**

Distinguons deux cas:

- Si $-2x-8<0$ cad $x>-4$, f s'écrit: $f(x)=-21(-(-2x-8))=-42x-168$;
- Si $-2x-8>0$ cad $x<-4$, f s'écrit: $f(x)=-21(-2x-8)=42x+168$.

Donc f est dérivable sur: $]-\infty;-4[\cup]-4;+\infty[$ et: $\mathcal{D}_{f'}=]-\infty;-4[\cup]-4;+\infty[$.

- **Dans ces conditions, pour tout $x\in]-\infty;-4[\cup]-4;+\infty[$:**

$$f'(x)=\begin{cases}42 \text{ si } x<-4\\ -42 \text{ si } x>-4\end{cases}.$$