

www.freemaths.fr

1^{re}

Technologique Mathématiques

(STI2D et STL)

Primitives



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

UNE PRIMITIVE F DE f

12

CORRECTION

1. Vérifions que F est une primitive de f sur $[0; +\infty[$:

Ici: $f(x) = \frac{x^2 + 6x}{(x+3)^2}$ et $\mathcal{D}f = [0; +\infty[$.

Notons que f est continue sur $[0; +\infty[$.

Elle admet donc une primitive sur $[0; +\infty[$ cad une fonction F dérivable sur l'intervalle $[0; +\infty[$ telle que: $F' = f$.

Or, d'après l'énoncé, pour tout $x \in [0; +\infty[$: $F(x) = \frac{x^2}{x+3}$.

Vérifions que pour tout $x \in [0; +\infty[$: $F'(x) = f(x)$.

$$\begin{aligned} \text{Pour tout } x \in [0; +\infty[: F'(x) &= \frac{(2x) \times (x+3) - (x^2) \times (1)}{(x+3)^2} \quad \left[\frac{U' \times V - U \times V'}{V^2} \right] \\ &= \frac{2x^2 + 6x - x^2}{(x+3)^2} \\ &= \frac{x^2 + 6x}{(x+3)^2} \end{aligned}$$

$$= f(x).$$

Ainsi: F est bien une primitive de f sur $[0; +\infty[$.

2. Vérifions que F est une primitive de f sur $[0; +\infty[$:

$$\text{Ici: } f(x) = \frac{3x^2 + 24x}{(x+4)^2} \text{ et } \mathcal{D}f = [0; +\infty[.$$

Notons que f est continue sur $[0; +\infty[$.

Elle admet donc une primitive sur $[0; +\infty[$ cad une fonction F dérivable sur l'intervalle $[0; +\infty[$ telle que: $F' = f$.

$$\text{Or, d'après l'énoncé, pour tout } x \in [0; +\infty[: \quad F(x) = \frac{3x^2}{x+4}.$$

Vérifions que pour tout $x \in [0; +\infty[: \quad F'(x) = f(x)$.

$$\text{Pour tout } x \in [0; +\infty[: \quad F'(x) = \frac{(6x) \times (x+4) - (3x^2) \times (1)}{(x+4)^2} \quad \left[\frac{U' \times V - U \times V'}{V^2} \right]$$

$$= \frac{6x^2 + 24x - 3x^2}{(x+4)^2}$$

$$= \frac{3x^2 + 24x}{(x+4)^2}$$

$$= f(x).$$

Ainsi: F est bien une primitive de f sur $[0; +\infty[$.